

# Dimensionamento de vigas

---

PROF. MSC PATRÍCIA ANDRADE



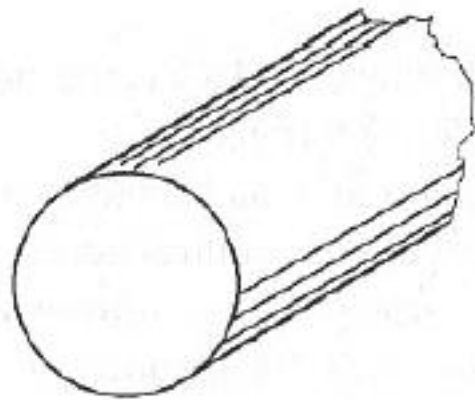


# Disposições construtivas

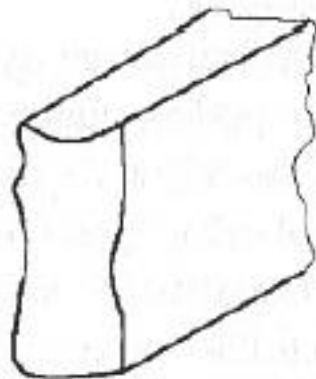
---

As vigas de madeira podem ser:

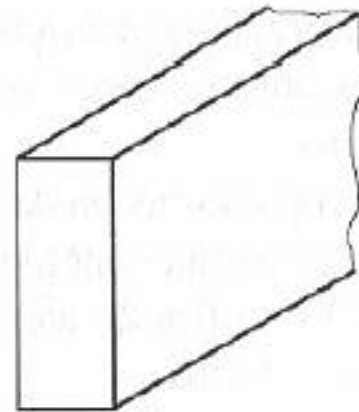
- de madeira roliça: usadas em obras provisórias
  - de madeira lavrada: na construção de pontes de serviço
  - de madeira serrada
  - de madeira laminada ou microlaminada e colada: utilizada em grandes vãos, por permitir o comportamento equivalente ao de madeira serrada
  - composta de peças maciças por entarugamento
  - compostas de peças maciças, com interfaces contínuas
  - compostas com alma descontínua
- Compostas com placa de madeira compensada



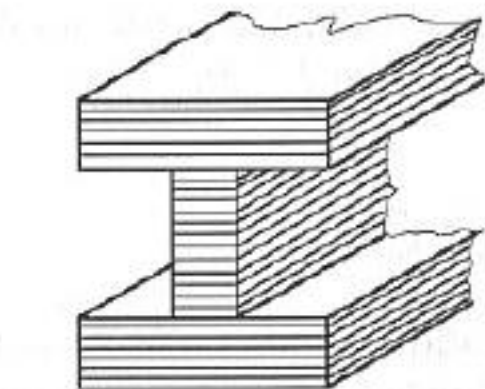
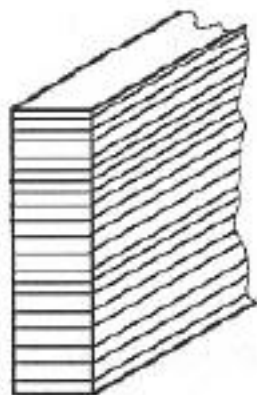
(a)



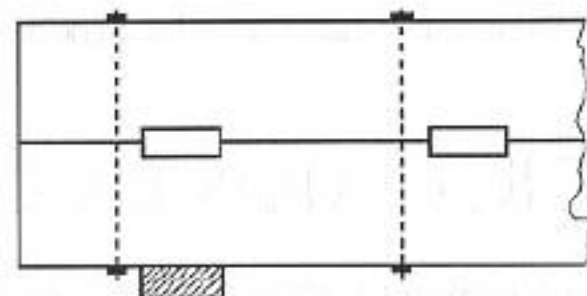
(b)



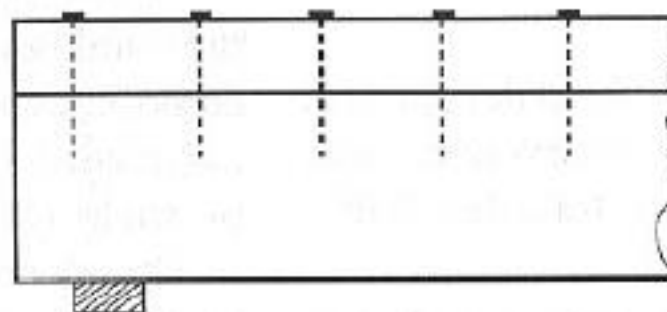
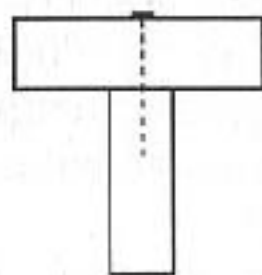
(c)



(d)



(e)



# Vigas de madeira maciça, serrada ou lavrada

---

São as mais utilizadas no Brasil

Disponível em dimensões padronizadas e comprimentos limitados a 5 m

vigas de madeira lavrada podem ser obtidas nas regiões madeireiras com dimensões usualmente superiores das madeira serradas

As vigas principais de soalhos ou pontes podem ser simples ou contínuas

No cálculo de vigas contínuas, devem ser previstas as ancoragens (com parafusos ou vigas de amarração) para absorver reações de cargas móveis

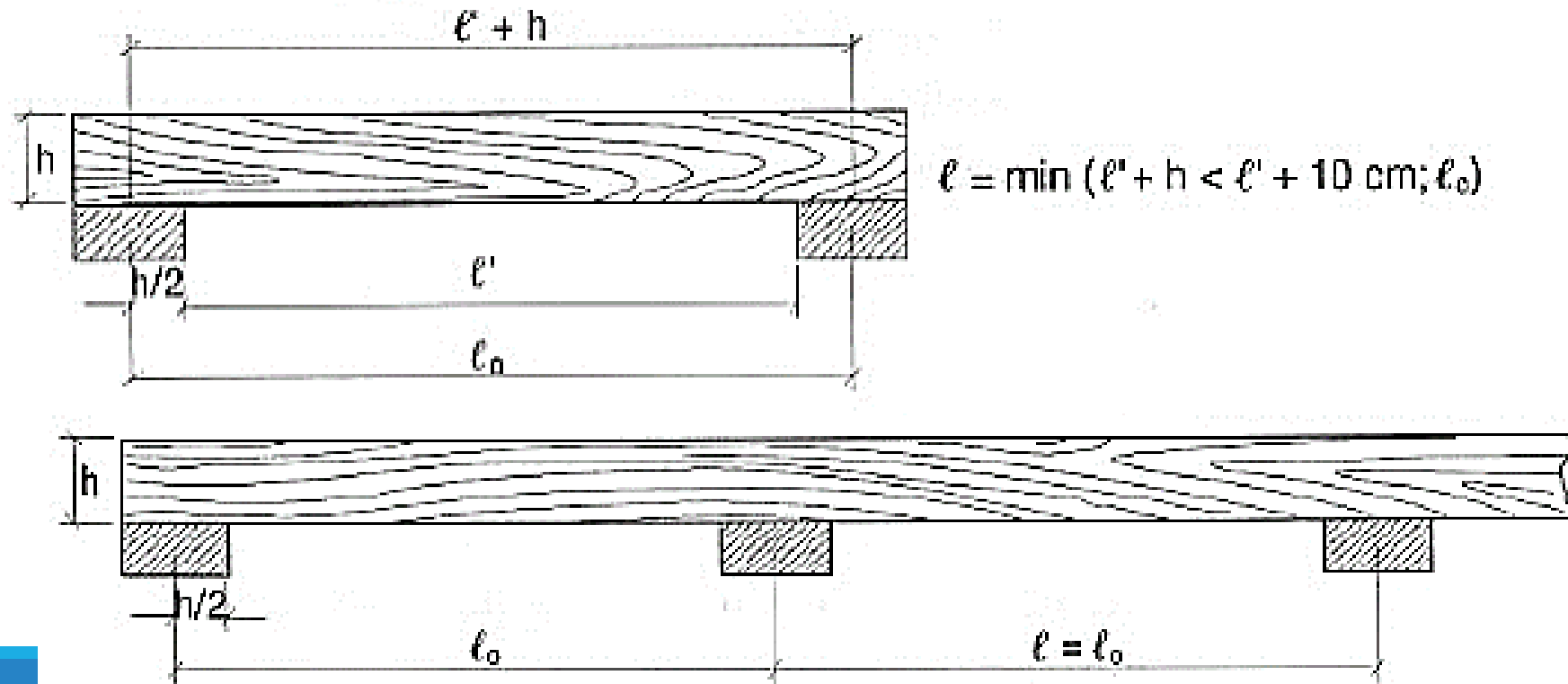
As vigas secundárias e as pranchas de soalhos são em geral calculadas com vigas simplesmente apoiadas

# Vão teórico de vigas

Vão teórico I de vigas entre dois apoios é dados pelo menor valor entre

$$l = l_0$$

$$l = l' + h \leq l' + 10 \text{ cm};$$



# Observações :

---

As vigas de seção circular têm o módulo resistente à flexão  $W$  aproximadamente igual ao de vigas quadradas de área equivalente

Para as vigas roliças de diâmetro variável, adota-se no cálculo da peça no lado mais fino, limitado a uma vez e meia o diâmetro na extremidade mais fina

---

Estado limite último

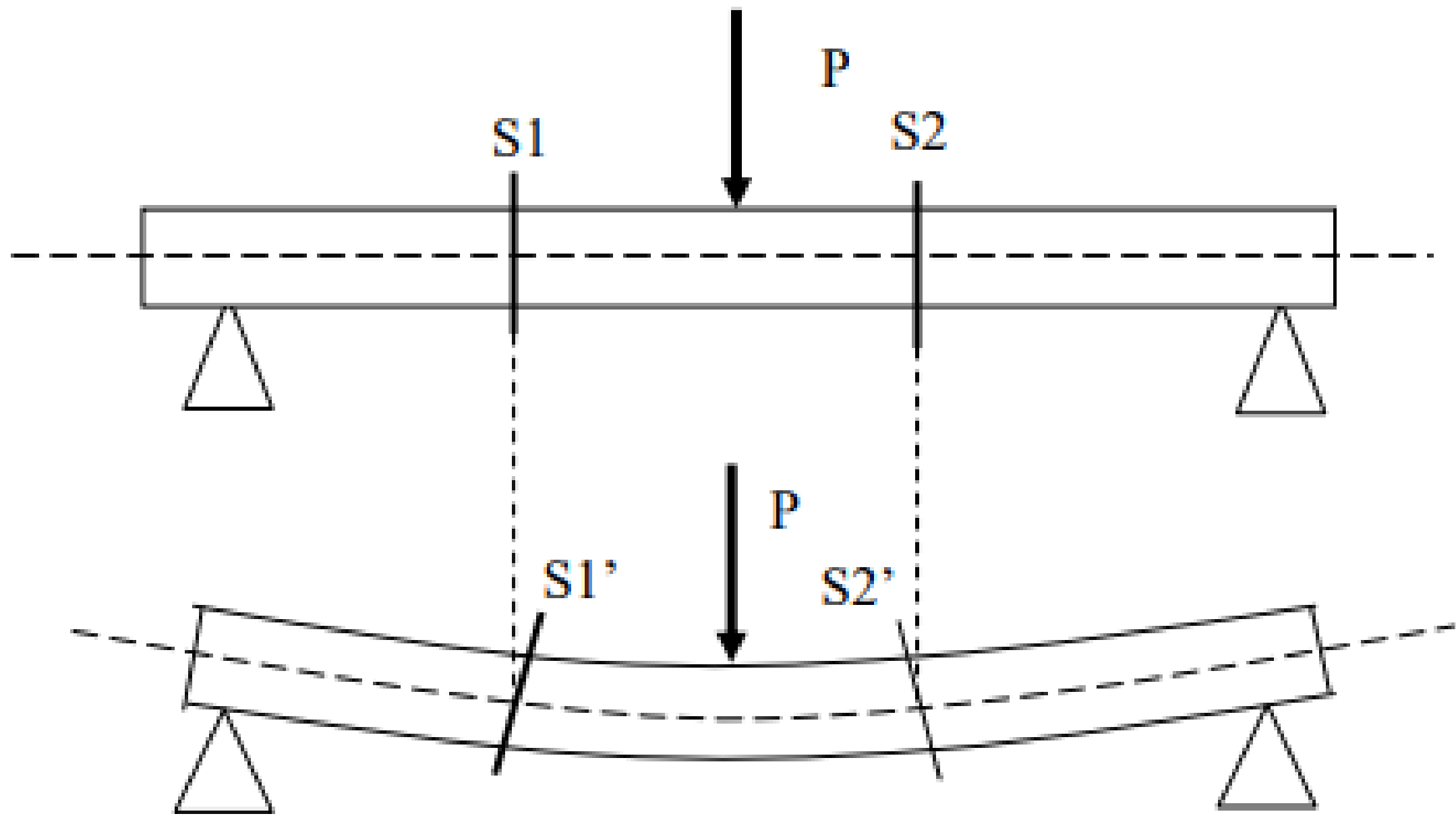


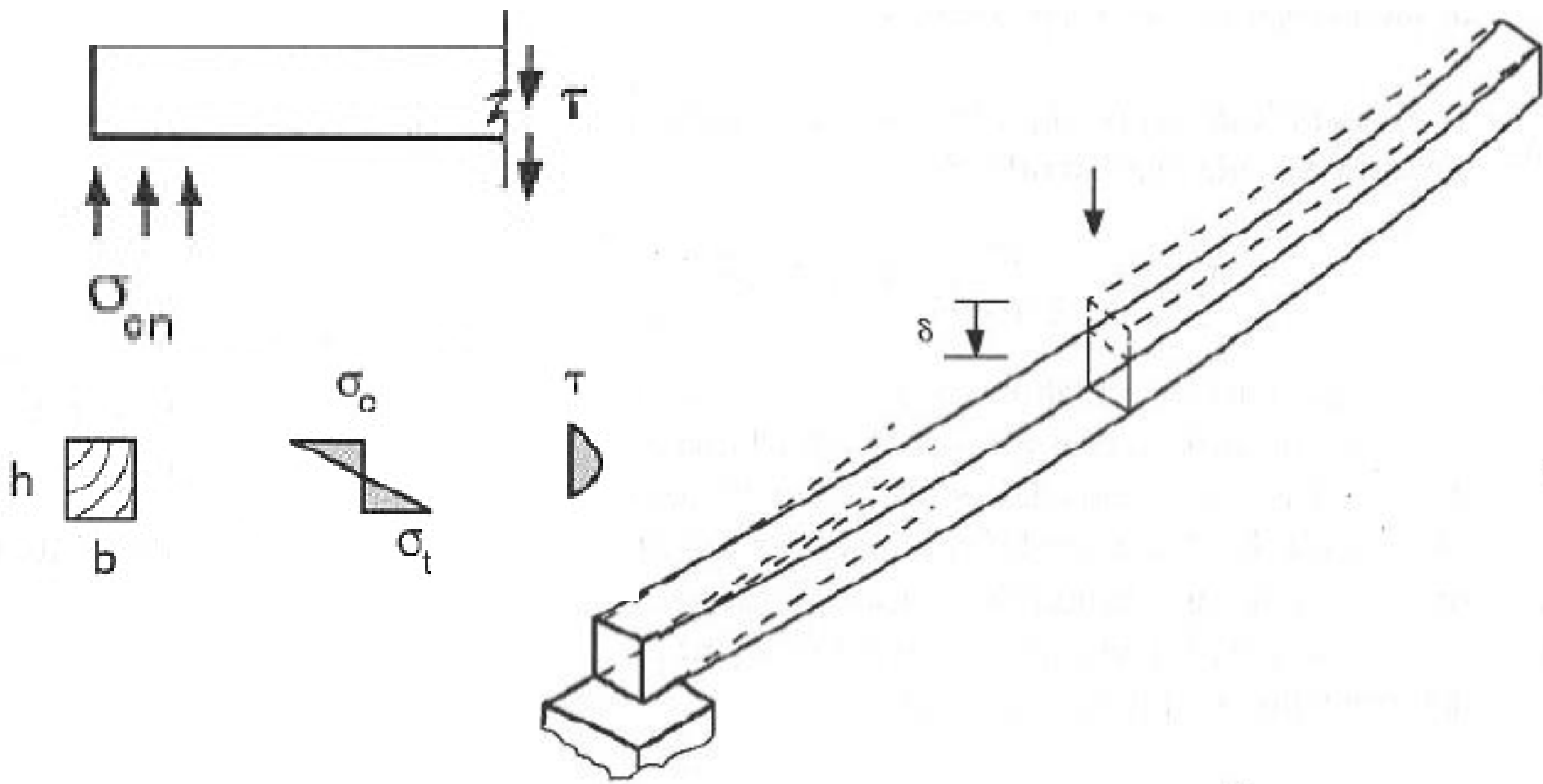
# Critérios de cálculo

---

## **Limitações das tensões**

- teoria clássica de resistência dos materiais, mesmo a madeira não seguindo a lei de Hooke
- peças compostas, deve-se levar em consideração a ineficiência das ligações por meio de valores reduzidos dos momentos de inércia ou de momentos resistentes





# Tensões normais de flexão nos bordos mais comprimidos e mais tracionados da seção

$$\sigma_{td} = \frac{M_d}{W_t} \leq f_{td}$$

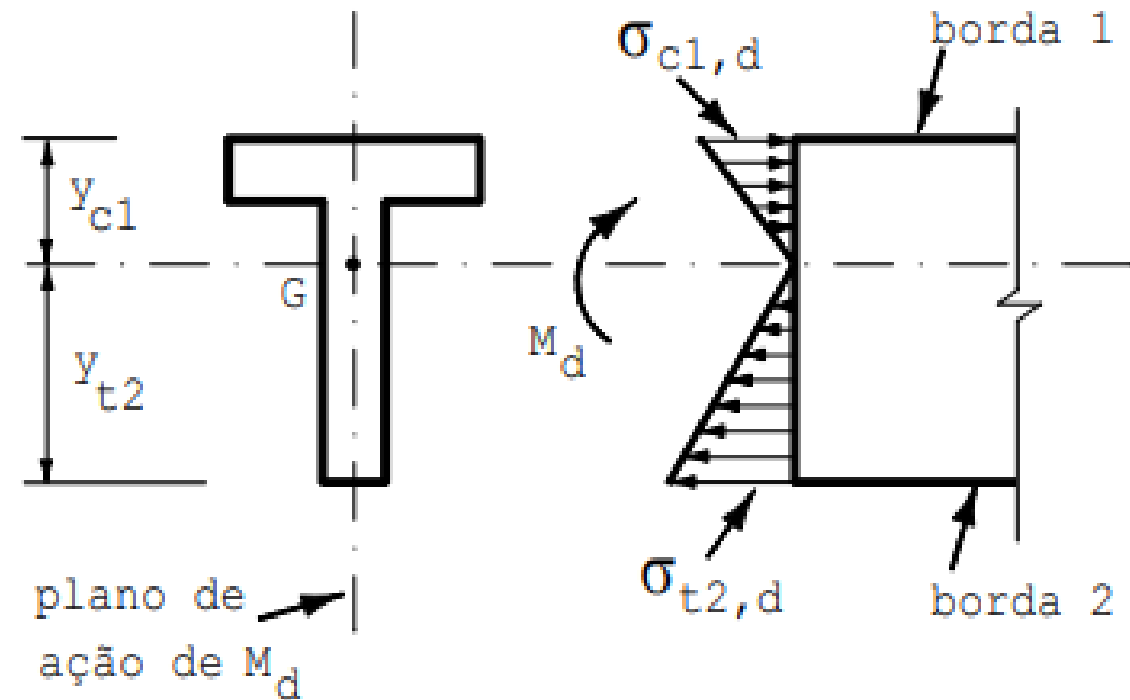
$$\sigma_{cd} = \frac{M_d}{W_c} \leq f_{cd}$$

$M_d$  = momento fletor solicitante de projeto

$W_c, W_t$  = módulos de resistência à flexão referidos aos bordos tracionados e comprimido da seção, respectivamente

$W = I/y$ , em que  $I$  é o momento de inércia da seção e  $y$  a distância entre o centro de gravidade da seção e o ponto considerado para o cálculo de tensão;

$f_{cd}, f_{td}$  tensões resistentes de projeto à tração e à compressão paralelas às fibras, respectivamente



# Tensões normais de flexão nos bordos mais comprimidos e mais tracionados da seção

Para seção retangular:

$$\sigma_{cd} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \leq f_{cd}$$

$$\sigma_{td} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \leq f_{td}$$

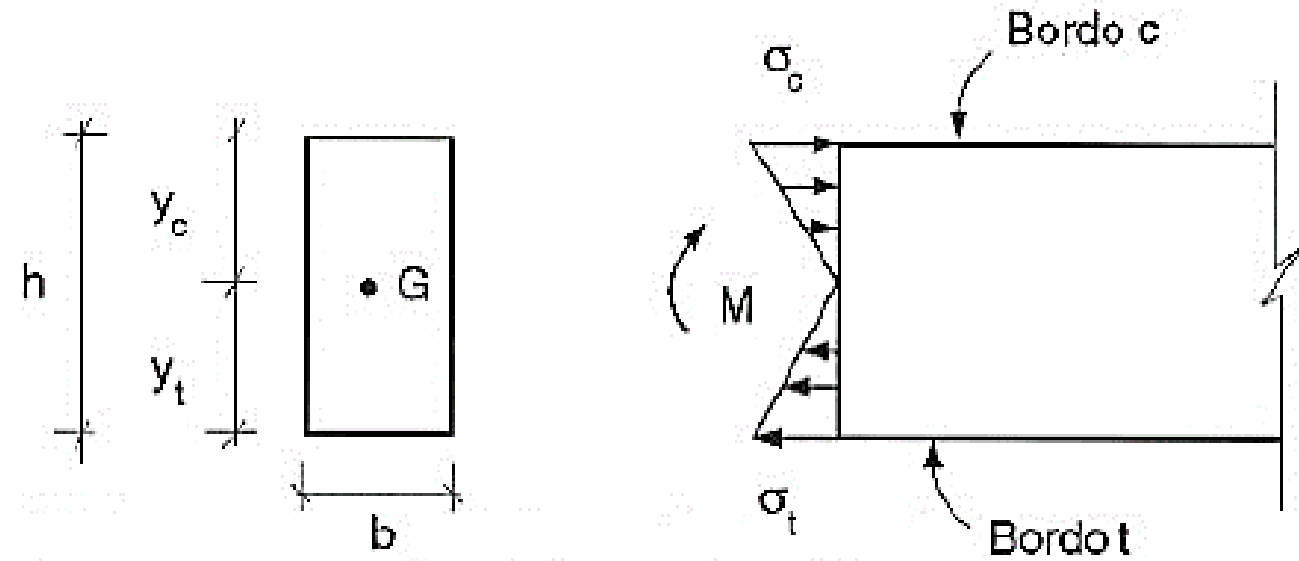
$\sigma_{cd}$  é a tensão de projeto na região comprimida

$\sigma_{td}$  é a tensão de projeto na região tracionada

$M_d$  é o momento solicitante de projeto

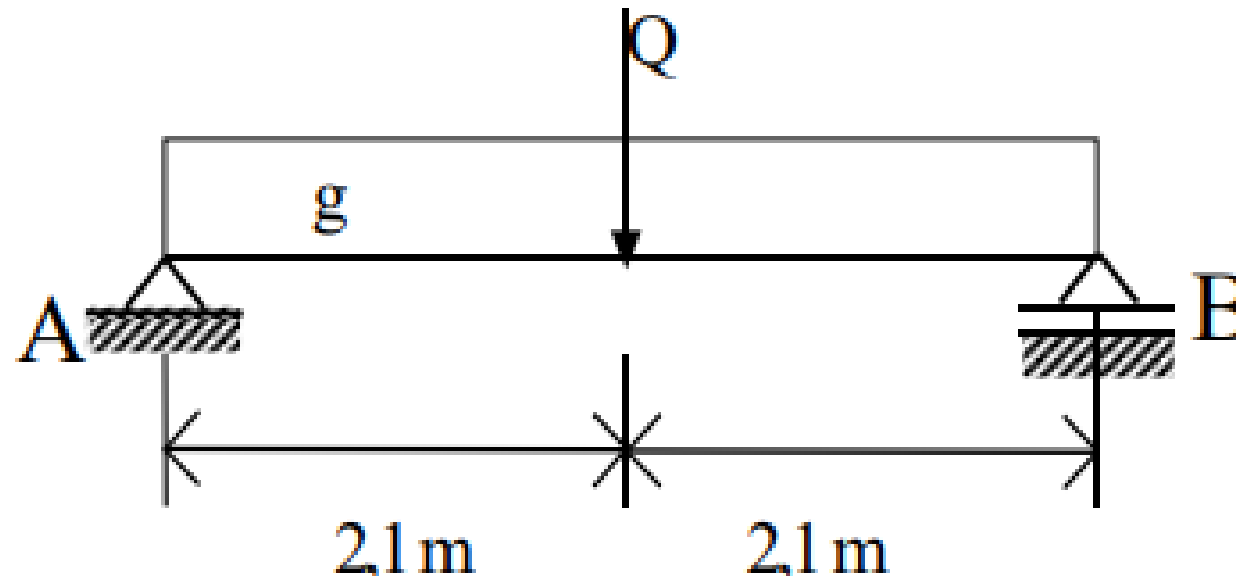
$b$ ,  $h$  são a base e a altura da seção transversal da viga, respectivamente

$f_{cd}$ ,  $f_{td}$  são as resistências de compressão e de tração de projeto da madeira



# Exemplo

Verificar a segurança da viga de madeira serrada de 6 cm x 16 cm quanto aos **estados limites últimos** e **de utilização** para situação **normal de projeto**. Ela está submetida a uma ação permanente  $g = 65 \text{ daN/m}$  de grande variabilidade, devida ao pelo peso próprio e o piso, e a ação variável  $Q = 130 \text{ daN}$  decorrente da sobrecarga acidental de edificações de uso residencial. Maçaranduba de 1ª categoria. Classe de umidade 2.



# Resolução

---

**Verificar a segurança no Estado limite último:**

→ compressão

→ tração

→ cisalhamento

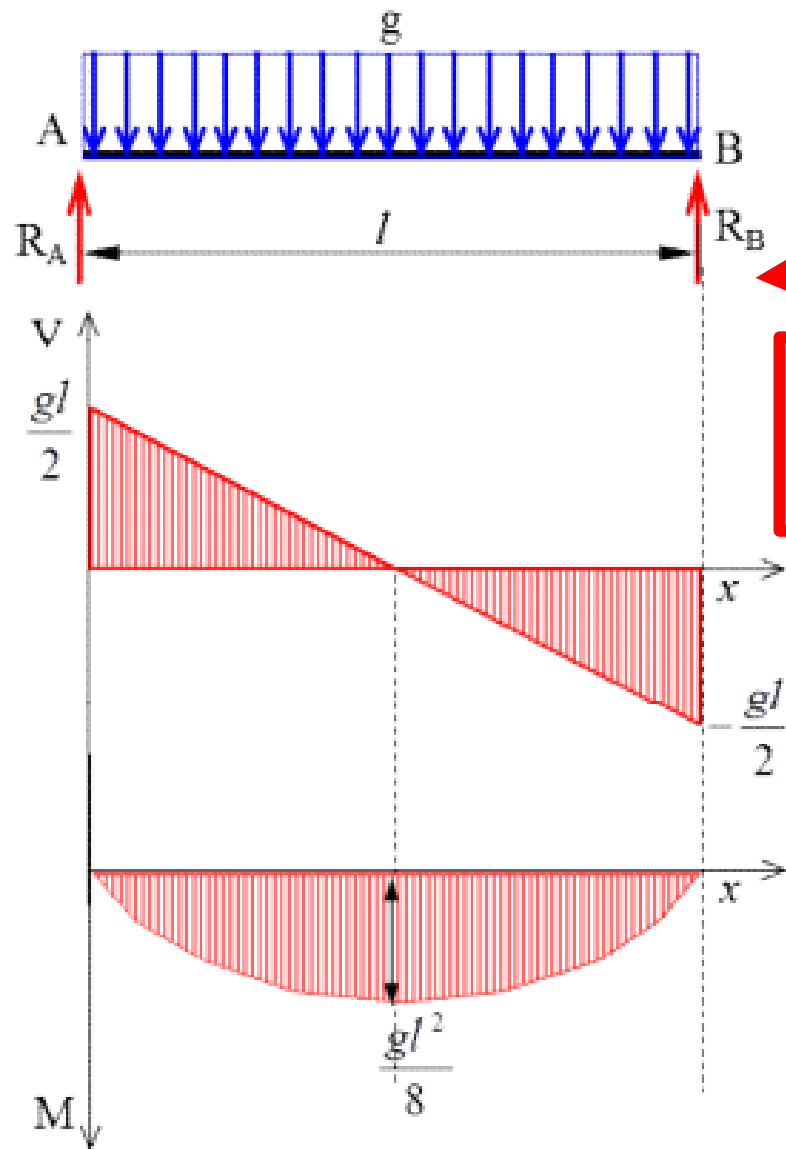
→ instabilidade lateral

**Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):**

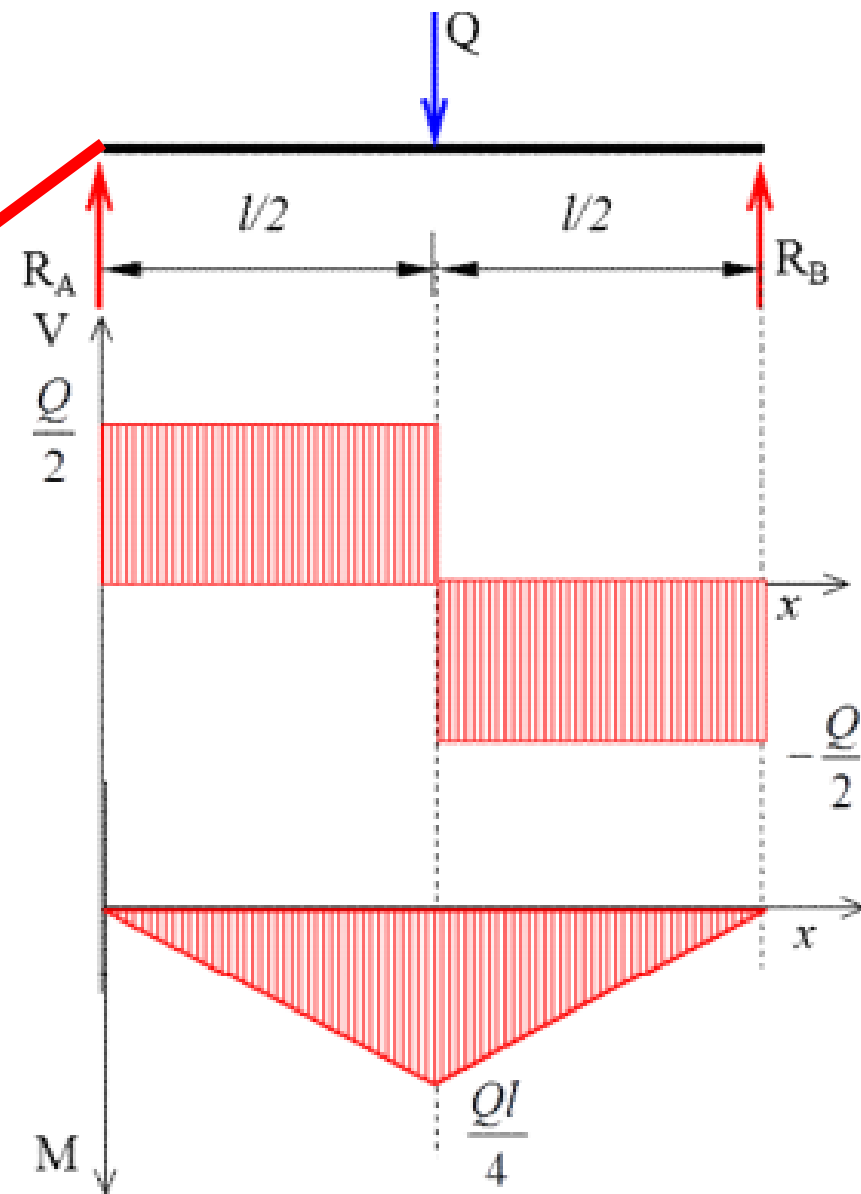
→ flechas

# Resolução

$$\text{Flecha máxima: } u_{m\acute{a}x} = \frac{5}{384} \frac{gl^4}{EI}$$



$$\text{Flecha máxima: } u_{m\acute{a}x} = \frac{Ql^3}{48EI}$$



# Resolução

---

## 1. determinar as força solicitantes de projeto

### Momento solicitante de projeto

*Cargas permanentes*

$$M_{gk} = \frac{g \cdot l^2}{8}$$

$$M_{gk} = \frac{65 \cdot 4,2^2}{8}$$

$$M_{gk} = 143,32 \text{ daNm}$$

# Resolução

---

## 1. determinar as força solicitantes de projeto

### Momento solicitante de projeto

*Cargas variáveis*

$$M_{qk} = \frac{q \cdot l}{4}$$

$$M_{qk} = \frac{130 \cdot 4,2}{4}$$

$$M_{qk} = 136,5 \text{ daN} \cdot \text{m}$$

# Resolução

---

**1. determinar as força solicitantes de projeto**

**Momento solicitante de projeto**

$$M_{sd} = \gamma_g * M_{gk} + \gamma_q * M_{qk}$$

$$M_{sd} = 1,4 * 143,32 + 1,4 * 136,5$$

$$M_{sd} = 391,74 \text{ daN.m}$$

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas de longa duração (combinação normal de projeto)

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,8$$

- madeira serrada e classe de umidade 2

$$\rightarrow K_{mod\ 2} = 1$$

- madeira serrada e dicotiledônea de 1ª categoria

$$\rightarrow K_{mod\ 3} = 1$$

$$K_{mod} = K_{mod\ 1} * K_{mod\ 2} * K_{mod\ 3}$$

$$K_{mod} = 0,8 * 1 * 1$$

$$K_{mod} = 0,8$$

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{cm}}{\gamma_w}$$

Nome comum (dicotiledôneas)	Nome científico	$\rho_{ap}^{(1)}$ kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}^{(2)}$ MPa	$f_{t0}^{(3)}$ MPa	$f_{t90}^{(4)}$ MPa	$f_v^{(5)}$ MPa	$E_{c0}^{(6)}$ MPa	$n^{(7)}$ n
<i>E. Saligna</i>	<i>Eucalyptus saligna</i>	731	46,8	95,5	4,0	8,2	14933	67
<i>E. Tereticornis</i>	<i>Eucalyptus tereticornis</i>	899	57,7	115,9	4,6	9,7	17198	29
<i>E. Triantha</i>	<i>Eucalyptus triantha</i>	755	53,9	100,9	2,7	9,2	14617	08
<i>E. Umbra</i>	<i>Eucalyptus umbra</i>	889	42,7	90,4	3,0	9,4	14577	08
<i>E. Urophylla</i>	<i>Eucalyptus urophylla</i>	739	46,0	85,1	4,1	8,3	13166	86
Garapa Roraima	<i>Apuleia leiocarpa</i>	892	78,4	108,0	6,9	11,9	18359	12
Guaiçara	<i>Luetzelburgia spp</i>	825	71,4	115,6	4,2	12,5	14624	11
Guarucaia	<i>Peltophorum vogelianum</i>	919	62,4	70,9	5,5	15,5	17212	13
Ipê	<i>Tabebuia serratifolia</i>	1068	76,0	96,8	3,1	13,1	18011	22
Jatobá	<i>Hymenaea spp</i>	1074	93,3	157,5	3,2	15,7	23607	20
Louro preto	<i>Ocotea spp</i>	684	56,5	111,9	3,3	9,0	14185	24
Maçaranduba	<i>Manilkara spp</i>	1143	82,9	138,5	5,4	14,9	22733	12
Mandioqueira	<i>Qualea spp</i>	856	71,4	89,1	2,7	10,6	18971	16
Oiticica amarela	<i>Clarisia racemosa</i>	756	69,9	82,5	3,9	10,6	14719	12
Quarubarana	<i>Erisma uncinatum</i>	544	37,8	58,1	2,6	5,8	9067	11
Sucupira	<i>Diploptropis spp</i>	1106	95,2	123,4	3,4	11,8	21724	12
Tatajuba	<i>Bagassa guianensis</i>	940	79,5	78,8	3,9	12,2	19583	10

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{cm}}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = 0,8 * \frac{0,7 * 82,9}{1,4}$$

$$f_{cd} = 33,16 \text{ MPa ou } 3,316 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ ou } 331,6 \text{ daN/cm}^2$$

# Resolução

## 3. Verificar a resistência da madeira

$$\sigma_{cd} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \leq f_{cd}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{6 \cdot 391,74 \cdot 100}{6 \cdot 16^2}$$

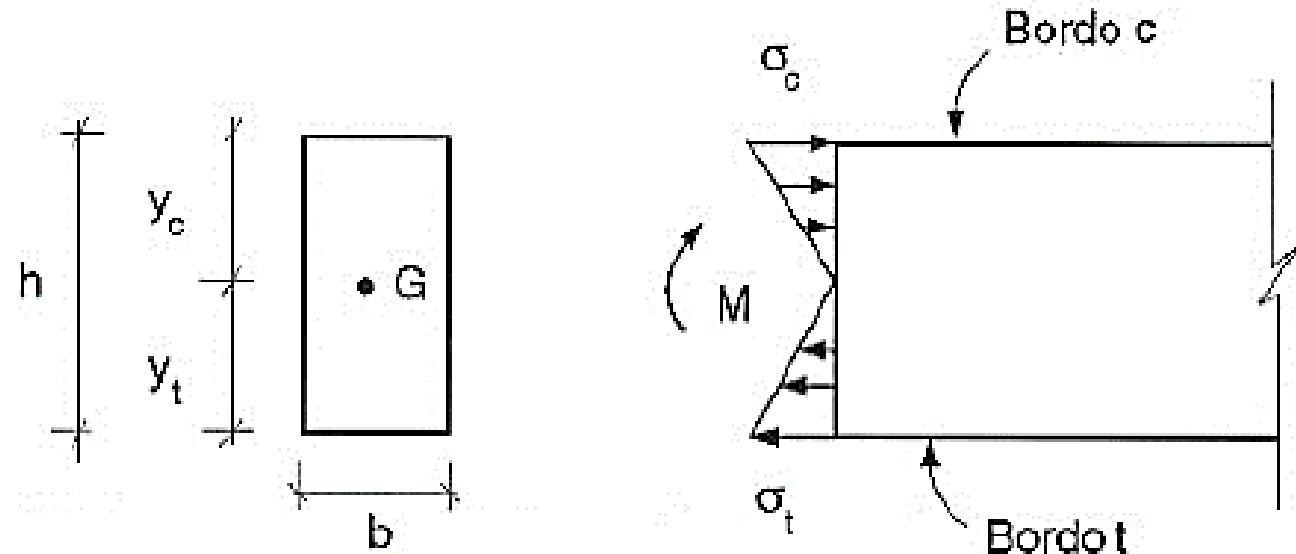
$$\sigma_{cd} = 153,02 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{cd} = 153,03 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} < f_{cd} = 331,6 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

→resiste!!!!

$f_{cd}$  é a resistência à compressão de projeto da madeira

$\sigma_{cd}$  é a tensão compressão solicitante de projeto (tensão gerada pelo momento devido às forças externas)



# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ✓

→ tração

→ cisalhamento

→ instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{tm}}{\gamma_w}$$

Nome comum (dicotiledôneas)	Nome científico	$\rho_{ap}^{(1)}$ kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}^{(2)}$ MPa	$f_{t0}^{(3)}$ MPa	$f_{t90}^{(4)}$ MPa	$f_v^{(5)}$ MPa	$E_{c0}^{(6)}$ MPa	$n^{(7)}$ n
<i>E. Saligna</i>	<i>Eucalyptus saligna</i>	731	46,8	95,5	4,0	8,2	14933	67
<i>E. Tereticornis</i>	<i>Eucalyptus tereticornis</i>	899	57,7	115,9	4,6	9,7	17198	29
<i>E. Triantha</i>	<i>Eucalyptus triantha</i>	755	53,9	100,9	2,7	9,2	14617	08
<i>E. Umbra</i>	<i>Eucalyptus umbra</i>	889	42,7	90,4	3,0	9,4	14577	08
<i>E. Urophylla</i>	<i>Eucalyptus urophylla</i>	739	46,0	85,1	4,1	8,3	13166	86
Garapa Roraima	<i>Apuleia leiocarpa</i>	892	78,4	108,0	6,9	11,9	18359	12
Guaiçara	<i>Luetzelburgia spp</i>	825	71,4	115,6	4,2	12,5	14624	11
Guarucaia	<i>Peltophorum vogelianum</i>	919	62,4	70,9	5,5	15,5	17212	13
Ipê	<i>Tabebuia serratifolia</i>	1068	76,0	96,8	3,1	13,1	18011	22
Jatobá	<i>Hymenaea spp</i>	1074	93,3	157,5	3,2	15,7	23607	20
Louro preto	<i>Ocotea spp</i>	684	56,5	111,9	3,3	9,0	14185	24
Maçaranduba	<i>Manilkara spp</i>	1143	82,9	138,5	5,4	14,9	22733	12
Mandioqueira	<i>Qualea spp</i>	856	71,4	89,1	2,7	10,6	18971	16
Oiticica amarela	<i>Clarisia racemosa</i>	756	69,9	82,5	3,9	10,6	14719	12
Quarubarana	<i>Erisma uncinatum</i>	544	37,8	58,1	2,6	5,8	9067	11
Sucupira	<i>Diploptropis spp</i>	1106	95,2	123,4	3,4	11,8	21724	12
Tatajuba	<i>Bagassa guianensis</i>	940	79,5	78,8	3,9	12,2	19583	10

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{tm}}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = 0,8 * \frac{0,7 * 138,5}{1,8}$$

$$f_{td} = 43,09 \text{ MPa ou } 4,309 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ ou } 430,9 \text{ daN/cm}^2$$

# Resolução

## 3. Verificar a resistência da madeira

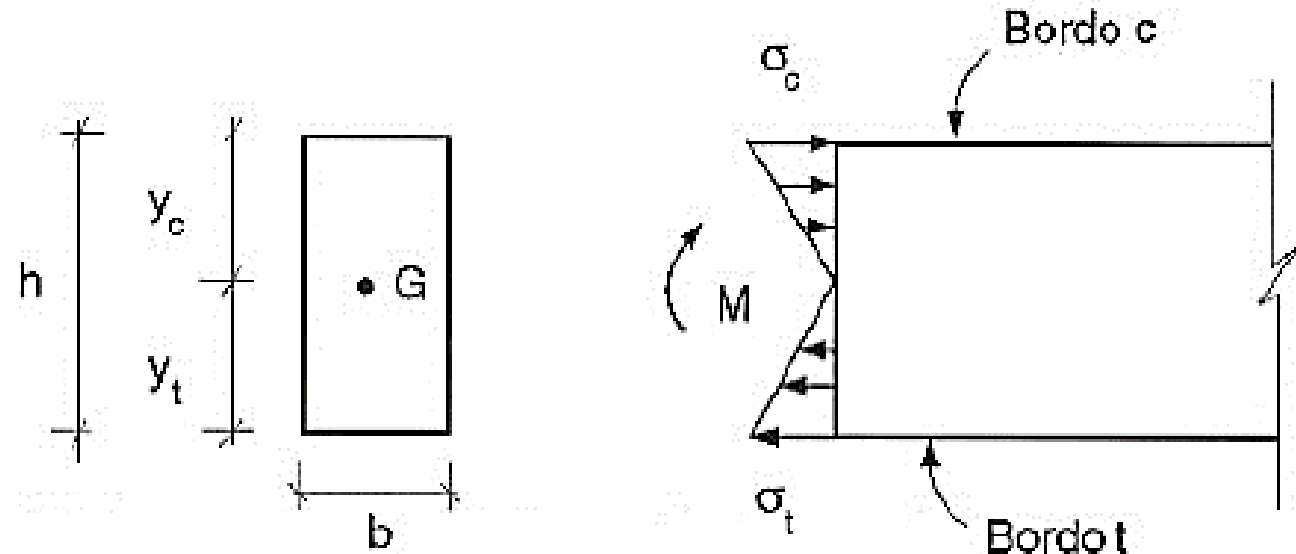
$$\sigma_{td} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \leq f_{td}$$

$$\sigma_{td} = \frac{6 \cdot 391,74 \cdot 100}{6 \cdot 16^2}$$

$$\sigma_{td} = 153,02 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{td} = 153,02 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2} < f_{td} = 430,9 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$

→ resiste!!!!



# Tensão de cisalhamento paralelo às fibras

---

$$\tau_d = \frac{V * S}{b * I} \leq f_{Vd}$$

$\tau_d$  é a tensão solicitante de projeto devido ao cisalhamento na viga

$S$  é o momento estático referido no centro de gravidade da seção, da parte da área da seção entre a borda e o ponto de cálculo de  $\tau$

$b$  é a largura no ponto de cálculo de  $\tau$

$I$  é o momento de inércia

# Tensão de cisalhamento paralelo às fibras

---

Em vigas de seção transversal retangular:

$$\tau_d = \frac{3*V_d}{2*b*h} \leq f_{Vd}$$

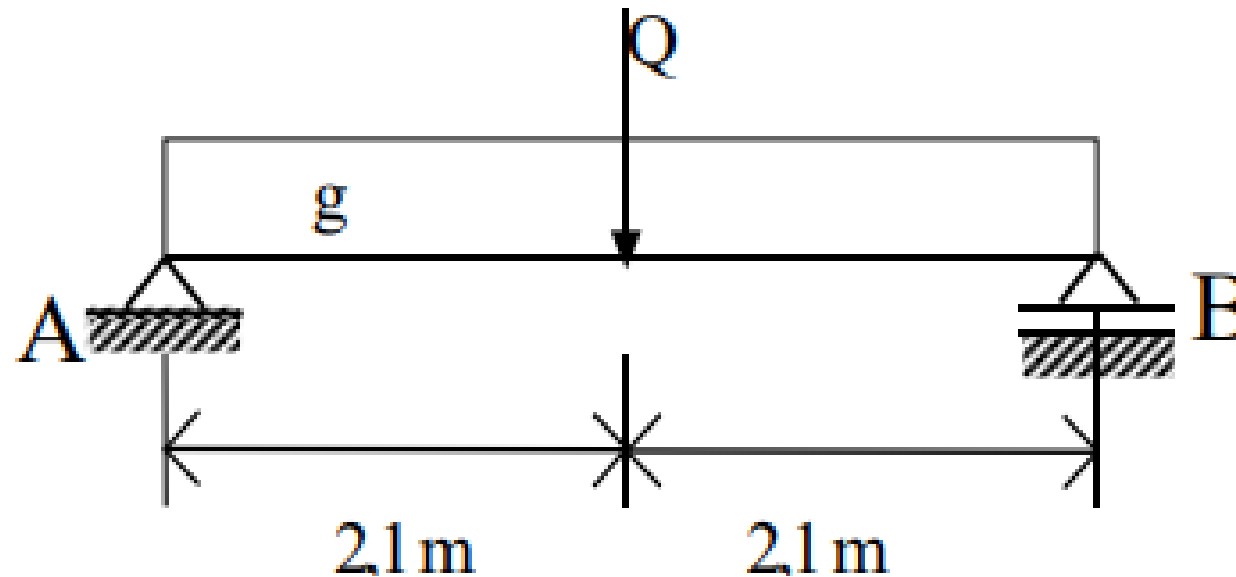
**Na falta de determinação experimental específica, admitem-se:**

$$f_{Vd} = \begin{cases} 0,12 * f_{cd}, & \text{para coníferas} \\ 0,10 * f_{cd}, & \text{para dicotiledôneas} \end{cases}$$

# Exemplo

---

Verificar a segurança da viga de madeira serrada de 6 cm x 16 cm quanto aos **estados limites últimos** e **de utilização** para situação **normal de projeto**. Ela está submetida a uma ação permanente  $g = 65$  daN/m de grande variabilidade, devida ao pelo peso próprio e o piso, e a ação variável  $Q = 130$  daN decorrente da sobrecarga acidental de edificações de uso residencial. Maçaranduba de 1ª categoria. Classe de umidade 2.



# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ✓

→ tração ✓

→ cisalhamento

→ instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas

# Resolução

---

## 1. determinar as força solicitantes de projeto

### Cortante solicitante de projeto

*Carga permanente*

$$V_{gk} = \frac{g \cdot l}{2}$$

$$V_{gk} = \frac{65 \cdot 4,2}{2}$$

$$V_{gk} = 136,5 \text{ daN}$$

# Resolução

---

## 1. determinar as força solicitantes de projeto

### Cortante solicitante de projeto

*Carga variável*

$$V_{qk} = \frac{q}{2}$$

$$V_{qk} = \frac{130}{2}$$

$$V_{qk} = 65 \text{ daN}$$

# Resolução

---

## 1. determinar as força solicitantes de projeto

### Cortante solicitante de projeto

$$V_{sd} = \gamma_g * V_{gk} + \gamma_q * V_{qk}$$

$$V_{sd} = 1,4 * 136,5 + 1,4 * 65$$

$$V_{sd} = 282,16 \text{ daN}$$

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{0,54 * f_{vm}}{\gamma_w}$$

**TABELA 3.8** Relação  $f_k/f_m$  entre as resistências característica e média e o valor do coeficiente  $\gamma_w$

Esforço	$f_k/f_m$	$\gamma_w$
Compressão paralela às fibras	0,70	1,4
Tração paralela às fibras	0,70	1,8
Cisalhamento paralelo às fibras	0,54	1,8

Nome comum (dicotiledôneas)	Nome científico	$\rho_{ap}^{(1)}$ kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}^{(2)}$ MPa	$f_{t0}^{(3)}$ MPa	$f_{t90}^{(4)}$ MPa	$f_v^{(5)}$ MPa	$E_{c0}^{(6)}$ MPa	$n^{(7)}$ n
<i>E. Saligna</i>	<i>Eucalyptus saligna</i>	731	46,8	95,5	4,0	8,2	14933	67
<i>E. Tereticornis</i>	<i>Eucalyptus tereticornis</i>	899	57,7	115,9	4,6	9,7	17198	29
<i>E. Triantha</i>	<i>Eucalyptus triantha</i>	755	53,9	100,9	2,7	9,2	14617	08
<i>E. Umbra</i>	<i>Eucalyptus umbra</i>	889	42,7	90,4	3,0	9,4	14577	08
<i>E. Urophylla</i>	<i>Eucalyptus urophylla</i>	739	46,0	85,1	4,1	8,3	13166	86
Garapa Roraima	<i>Apuleia leiocarpa</i>	892	78,4	108,0	6,9	11,9	18359	12
Guaiçara	<i>Luetzelburgia spp</i>	825	71,4	115,6	4,2	12,5	14624	11
Guarucaia	<i>Peltophorum vogelianum</i>	919	62,4	70,9	5,5	15,5	17212	13
Ipê	<i>Tabebuia serratifolia</i>	1068	76,0	96,8	3,1	13,1	18011	22
Jatobá	<i>Hymenaea spp</i>	1074	93,3	157,5	3,2	15,7	23607	20
Louro preto	<i>Ocotea spp</i>	684	56,5	111,9	3,3	9,0	14185	24
Maçaranduba	<i>Manilkara spp</i>	1143	82,9	138,5	5,4	14,9	22733	12
Mandioqueira	<i>Qualea spp</i>	856	71,4	89,1	2,7	10,6	18971	16
Oiticica amarela	<i>Clarisia racemosa</i>	756	69,9	82,5	3,9	10,6	14719	12
Quarubarana	<i>Erisma uncinatum</i>	544	37,8	58,1	2,6	5,8	9067	11
Sucupira	<i>Diploptropis spp</i>	1106	95,2	123,4	3,4	11,8	21724	12
Tatajuba	<i>Bagassa guianensis</i>	940	79,5	78,8	3,9	12,2	19583	10

# Resolução

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{0,54 * f_{vm}}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = 0,7 * \frac{0,54 * 14,9}{1,8}$$

$$f_{vd} = 3,13 \text{ MPa ou } 0,313 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ ou } 31,3 \text{ daN/cm}^2$$

**TABELA 3.8** Relação  $f_k/f_m$  entre as resistências característica e média e o valor do coeficiente  $\gamma_w$

Esforço	$f_k/f_m$	$\gamma_w$
Compressão paralela às fibras	0,70	1,4
Tração paralela às fibras	0,70	1,8
Cisalhamento paralelo às fibras	0,54	1,8

# Resolução

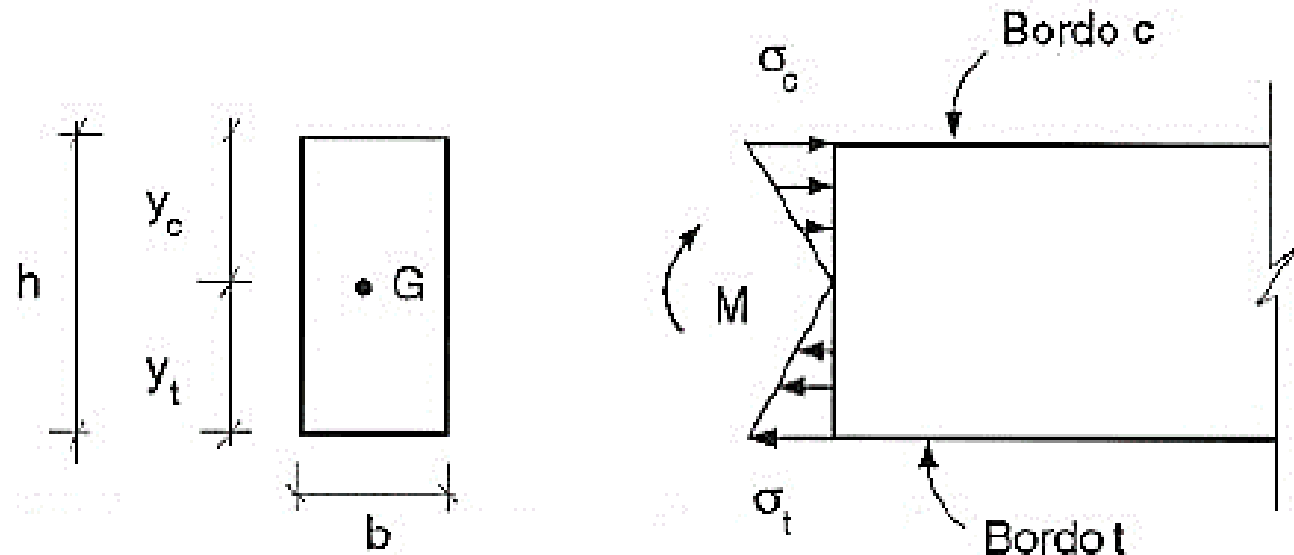
## 3. Verificar a resistência da madeira

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b \cdot h} \leq f_{Vd}$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 282,16}{2 \cdot 6 \cdot 16}$$

$$\tau_d = 4,41 \text{ daN/cm}^2$$

$$\tau_d = 4,41 \text{ daN/cm}^2 < f_{Vd} = 31,3 \frac{\text{daN}}{\text{cm}^2}$$



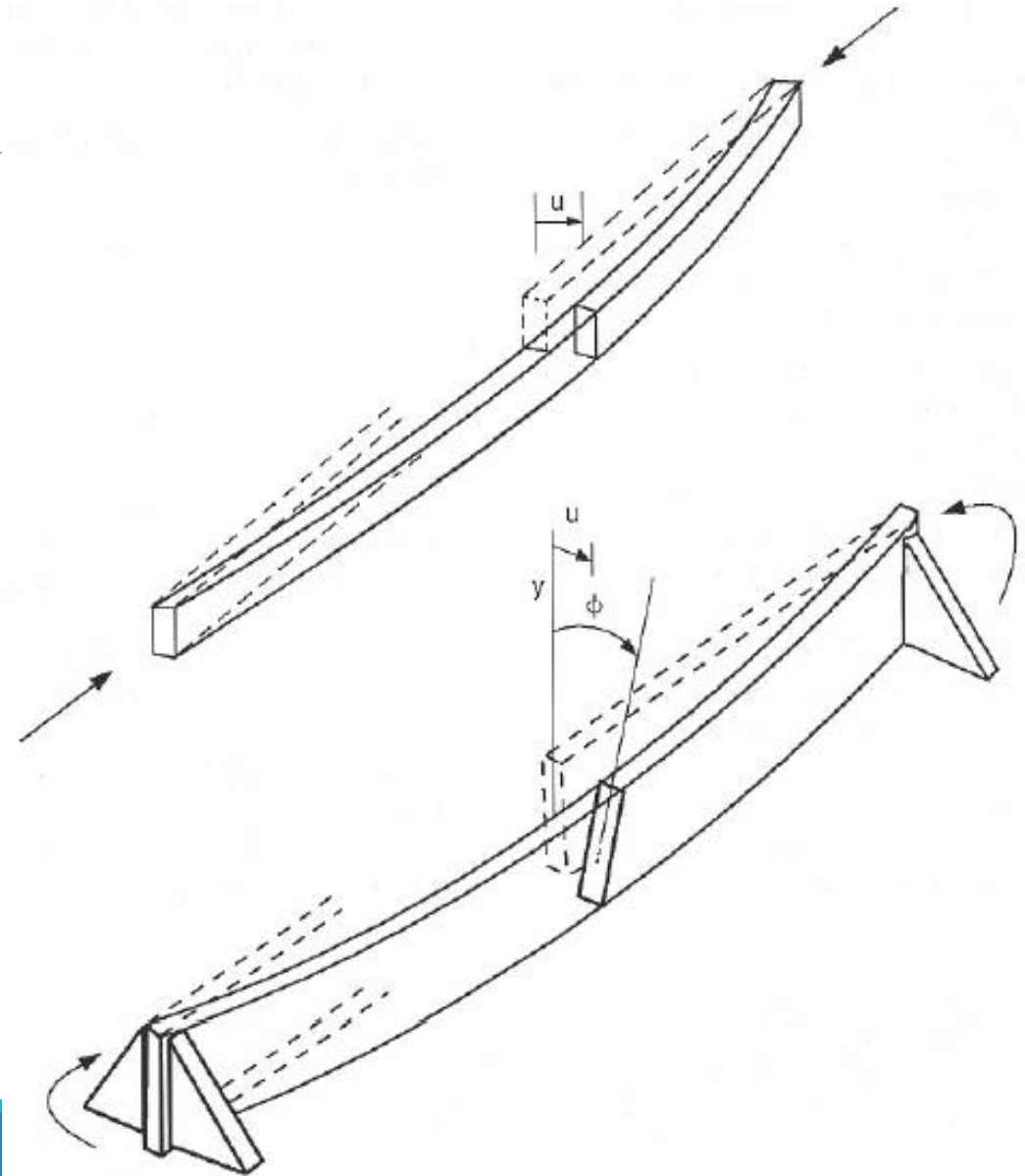
# Estado limite último de instabilidade lateral

Ocorre Em vigas esbeltas

Como evitar: contraventamento para impedir a torção da viga

Vigas de seção retangular apoiadas ao abaixo, de seção quadrada e de seção circular

Vigas com  $h/b > 2$  devem ter no apoios contenção lateral impedindo a rotação da seção no plano perpendicular ao eixo longitudinal



# Estado limite último de instabilidade lateral

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

- atender a condição

$$\lambda_b = \frac{L_b}{b} \leq \lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

onde

$L_b$  é a distância entre os elementos de travamento;

$b$  é a largura da seção transversal da viga;

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Estado limite último de instabilidade lateral

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

$\beta_M$  é um coeficiente de correção expresso por

$$\beta_M = \frac{\beta_E * \left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{0,26 * \pi * \gamma_{CW} * \left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}}$$

onde h é a altura da seção transversal da viga;

$\beta_E$  é um coeficiente de correção,  $\beta_E = 4$ ;

$\gamma_{CW}$  é um coeficiente de ponderação de resistência à compressão

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Estado limite último de instabilidade lateral

---

Se

$$\lambda_b = \frac{L_b}{b} > \lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

devem ser satisfeitas as verificações de segurança para flexão simples reta com valor de  $\sigma_{c,d}$  atendendo a

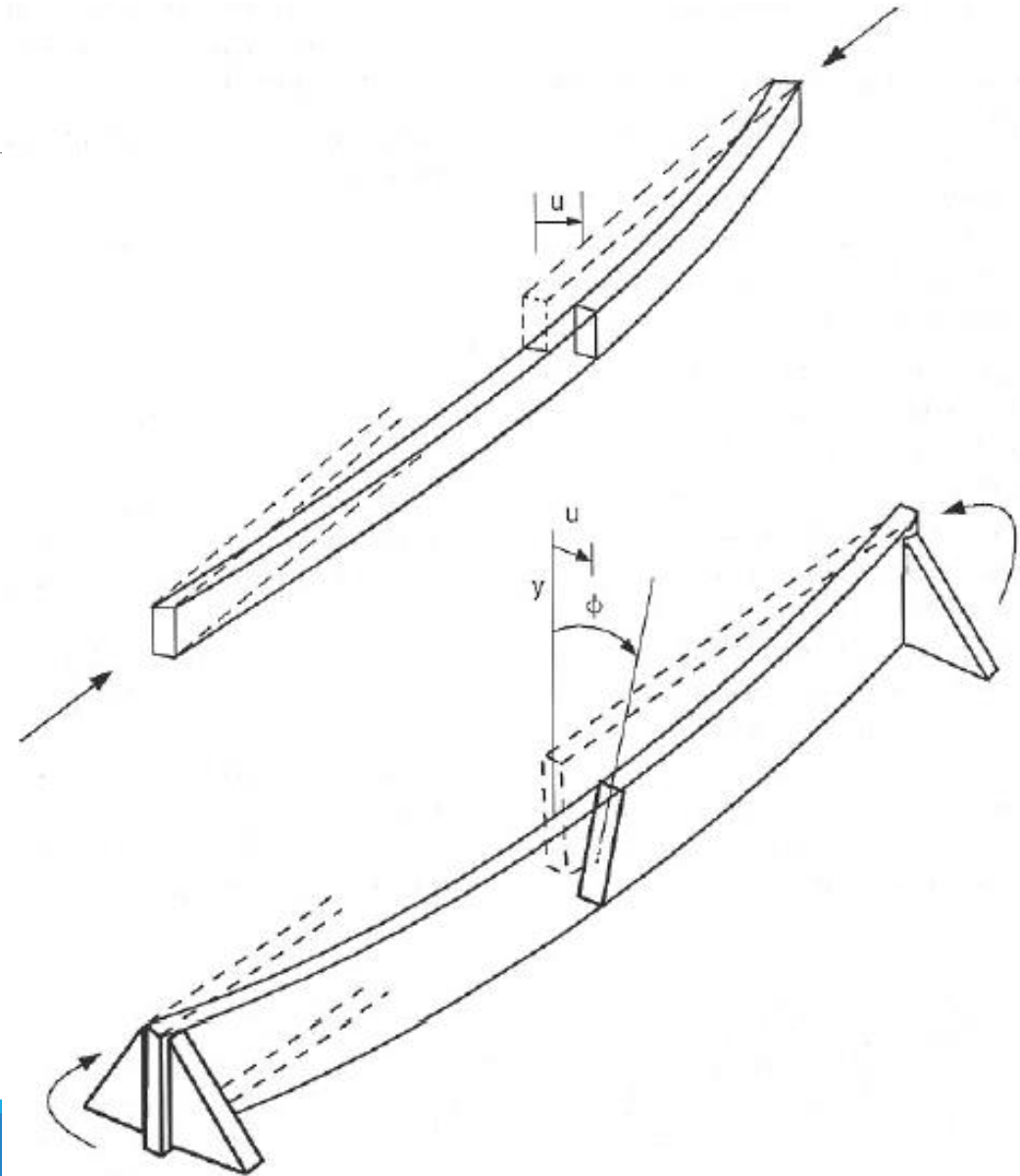
$$\sigma_{c,d} \leq \frac{E_{c,ef}}{\lambda_b * \beta_M}$$

# Estado limite último de instabilidade lateral

A estabilidade lateral de peças fletidas deve ser verificada por teoria cuja validade tenha sido comprovada experimentalmente

Nas vigas de seção retangular garante-se esta verificação quando:

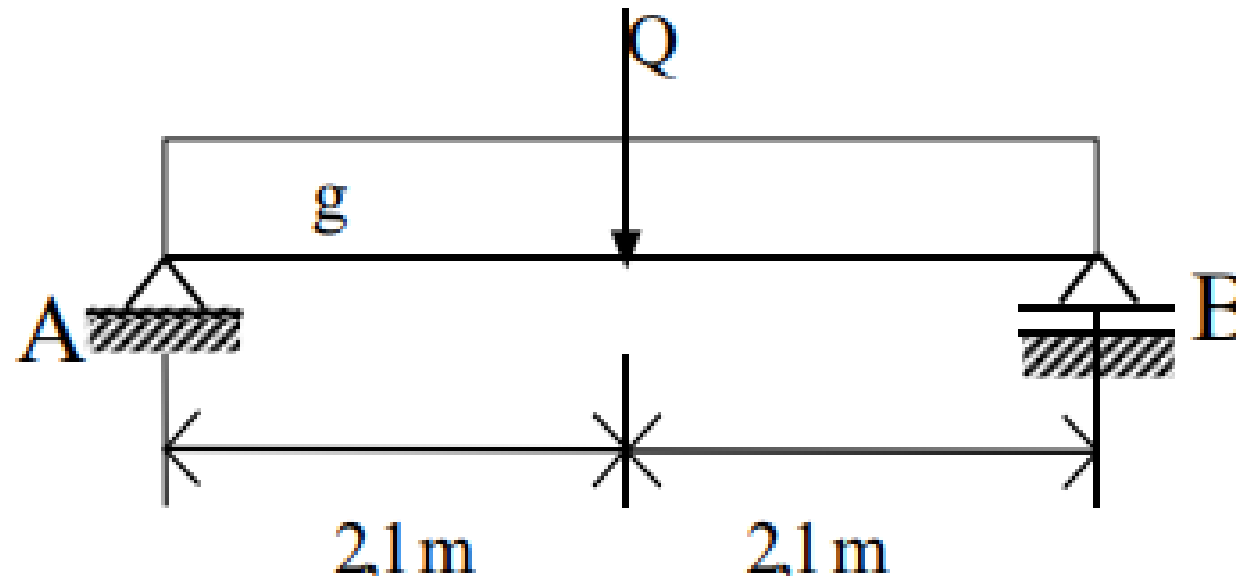
- os apoios de extremidade da viga impedirem a rotação de suas seções externas em torno do eixo longitudinal da peça;
- existir um conjunto de elementos de travamento ao longo do comprimento  $L$  da viga, afastados de uma distância menor ou igual a  $L/1$ , que também impeçam a rotação dessas seções transversais em torno do eixo longitudinal da peça;



# Exemplo

---

Verificar a segurança da viga de madeira serrada de 6 cm x 16 cm quanto aos **estados limites últimos** e **de utilização** para situação **normal de projeto**. Ela está submetida a uma ação permanente  $g = 65$  daN/m de grande variabilidade, devida ao pelo peso próprio e o piso, e a ação variável  $Q = 130$  daN decorrente da sobrecarga acidental de edificações de uso residencial. Maçaranduba de 1ª categoria. Classe de umidade 2.



# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

- compressão ✓
- tração ✓
- cisalhamento ✓
- instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

- flechas

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$E_{cm} = 22733 \text{ MPa}$$

$$E_{c\text{ ef}} = k_{mod} * E_{cm}$$

Nome comum (dicotiledôneas)	Nome científico	$\rho_{ap}^{(1)}$ kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}^{(2)}$ MPa	$f_{t0}^{(3)}$ MPa	$f_{t90}^{(4)}$ MPa	$f_v^{(5)}$ MPa	$E_{c0}^{(6)}$ MPa	$n^{(7)}$ n
<i>E. Saligna</i>	<i>Eucalyptus saligna</i>	731	46,8	95,5	4,0	8,2	14933	67
<i>E. Tereticornis</i>	<i>Eucalyptus tereticornis</i>	899	57,7	115,9	4,6	9,7	17198	29
<i>E. Triantha</i>	<i>Eucalyptus triantha</i>	755	53,9	100,9	2,7	9,2	14617	08
<i>E. Umbra</i>	<i>Eucalyptus umbra</i>	889	42,7	90,4	3,0	9,4	14577	08
<i>E. Urophylla</i>	<i>Eucalyptus urophylla</i>	739	46,0	85,1	4,1	8,3	13166	86
Garapa Roraima	<i>Apuleia leiocarpa</i>	892	78,4	108,0	6,9	11,9	18359	12
Guaiçara	<i>Luetzelburgia spp</i>	825	71,4	115,6	4,2	12,5	14624	11
Guarucaia	<i>Peltophorum vogelianum</i>	919	62,4	70,9	5,5	15,5	17212	13
Ipê	<i>Tabebuia serratifolia</i>	1068	76,0	96,8	3,1	13,1	18011	22
Jatobá	<i>Hymenaea spp</i>	1074	93,3	157,5	3,2	15,7	23607	20
Louro preto	<i>Ocotea spp</i>	684	56,5	111,9	3,3	9,0	14185	24
Maçaranduba	<i>Manilkara spp</i>	1143	82,9	138,5	5,4	14,9	22733	12
Mandioqueira	<i>Qualea spp</i>	856	71,4	89,1	2,7	10,6	18971	16
Oiticica amarela	<i>Clarisia racemosa</i>	756	69,9	82,5	3,9	10,6	14719	12
Quarubarana	<i>Erisma uncinatum</i>	544	37,8	58,1	2,6	5,8	9067	11
Sucupira	<i>Diploptropis spp</i>	1106	95,2	123,4	3,4	11,8	21724	12
Tatajuba	<i>Bagassa guianensis</i>	940	79,5	78,8	3,9	12,2	19583	10

# Resolução

---

## 2. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$E_{cm} = 22733 \text{ MPa}$$

$$E_{cef} = k_{mod} * E_{cm}$$

$$E_{cef} = 0,7 * 22733$$

$$E_{cef} = 15913,1 \text{ MPa ou } 1591,3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \text{ ou } 159131 \text{ daN/cm}^2$$

# Resolução

## 4. Verificação da instabilidade lateral

$$\lambda_b = \frac{L_b}{b} \leq \lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

$$\lambda_b = \frac{420 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}$$

$$\lambda_b = 70$$

$$\frac{h}{b} = \frac{16}{6}$$

$$\frac{h}{b} = 2,67$$

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Resolução

---

## 4. Verificação da instabilidade lateral

$$\beta_M = \frac{\beta_E * \left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{0,26 * \pi * \gamma_{cw} * \left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}}$$

$$\beta_M = \frac{4 * (2,67)^{3/2}}{0,26 * \pi * 1,4 * (2,67 - 0,63)^{1/2}}$$

$$\beta_M = 10,68$$

# Resolução

## 4. Verificação da instabilidade lateral

$$\lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

$$E_{c,ef} = 15913 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 29,1 \text{ MPa}$$

$$\lambda_0 = \frac{15913 \text{ MPa}}{10,68 * 29,1 \text{ MPa}}$$

$$\lambda_0 = 51,18$$

$$\lambda_b = 70 > \lambda_0 = 51,18$$

Não atendeu a condição!!!!

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Resolução

---

## 4. Verificação da instabilidade lateral

$$\text{Como } \lambda_b = \frac{L_b}{b} = 70 > \lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}} = 51,18$$

$$\sigma_{c,d} \leq \frac{E_{c,ef}}{\lambda_b * \beta_M}$$

$$\frac{E_{c,ef}}{\lambda_b * \beta_M} = \frac{15913}{70 * 10,68}$$

$$\frac{E_{c,ef}}{\lambda_b * \beta_M} = 21,28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,d} = 15,303 \text{ MPa} \leq \frac{E_{c,ef}}{\lambda_b * \beta_M} = 21,28 \text{ MPa}$$

→ Tudo ok a viga não vai sofrer instabilidade lateral

---

Estado limite de serviço ou utilização

# Critérios de cálculo

---

## **Limitações de deformações**

- têm importância relativamente maior que em outros materiais, como aço e concreto, por se tratar de um material com alta relação resistência/rigidez
- objetivo de atender requisitos estéticos, evitar danos a outros componentes acessórios e ainda visam ao conforto dos usuários
- como evitar inconvenientes estéticos: uso de contraflechas

# Estado limite de serviço – deformação excessiva

---

## determinação da flecha

*Contribuição das Cargas uniformemente distribuídas*

$$u_{m\acute{a}x} = \frac{5 * F * l^4}{384 * E_{c,ef} * I_x}$$

*Contribuição de Carga pontual*

$$u_{m\acute{a}x} = \frac{F * l^3}{48 * E_{c,ef} * I_x}$$

# Fatores de redução

TABELA 3.7 Fatores de combinação  $\psi_0$  e de utilização  $\psi_1$  (frequente) e  $\psi_2$  (quase-permanente)

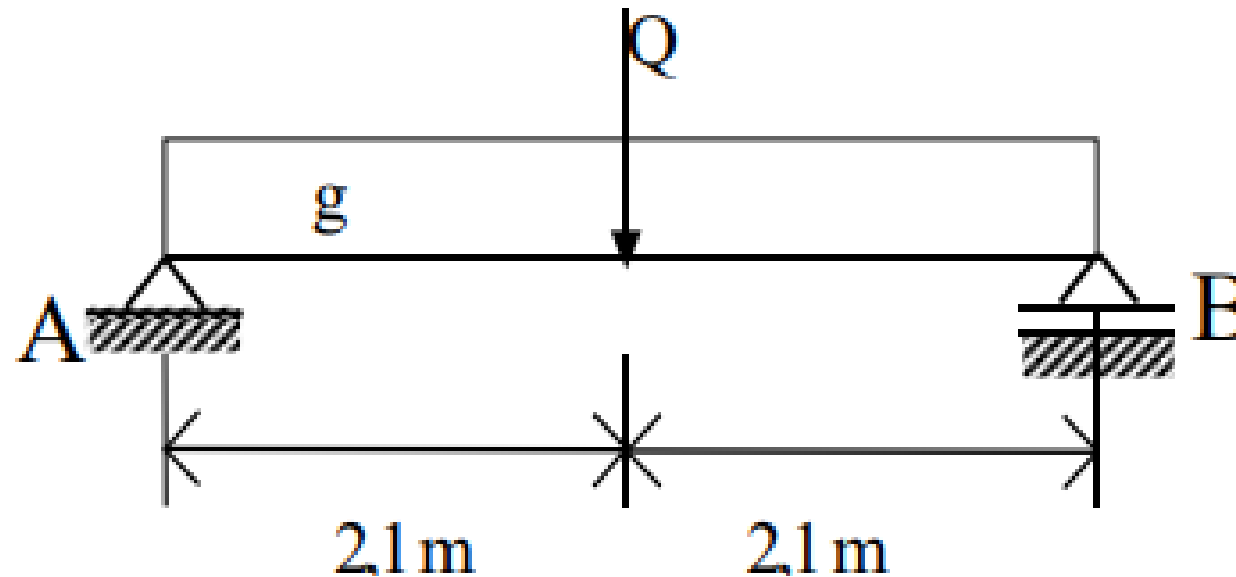
Descrição das ações		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Ações ambientais em estruturas correntes	– variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
	– pressão dinâmica do vento	0,5	0,2	0
Cargas acidentais em edifícios	– locais onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3	0,2
	– locais onde há predominância de pesos de equipamentos fixos ou de elevadas concentrações de pessoas	0,7	0,6	0,4
	– bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos	– pontes de pedestres	0,4	0,3	0,2*
	– pontes rodoviárias	0,6	0,4	0,2*
	– pontes ferroviárias (ferrovias não-especializadas)	0,8	0,6	0,4*

\*Admite-se  $\psi_2 = 0$  quando a ação variável de base da combinação for um sismo.

# Exemplo

---

Verificar a segurança da viga de madeira serrada de 6 cm x 16 cm quanto aos **estados limites últimos** e **de utilização** para situação **normal de projeto**. Ela está submetida a uma ação permanente  $g = 65$  daN/m de grande variabilidade, devida ao pelo peso próprio e o piso, e a ação variável  $Q = 130$  daN decorrente da sobrecarga acidental de edificações de uso residencial. Maçaranduba de 1ª categoria. Classe de umidade 2.



# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

- compressão ✓
- tração ✓
- cisalhamento ✓
- instabilidade lateral ✓

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

- flechas

# Resolução

---

6. determinar a inercia da seção transversal

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_x = \frac{6 \cdot 16^3}{12}$$

$$I_x = 2048 \text{ cm}^4$$

# Resolução

---

## 7. determinação da flecha

*Contribuição das Cargas permanentes*

$$u_{m\acute{a}x\ g} = \frac{5 * g * l^4}{384 * E_{c,ef} * I_x}$$

$$u_{m\acute{a}x\ g} = \frac{5 * \left(65 \frac{daN}{100\ cm}\right) * 420^4}{384 * 159131 * 2048}$$

$$u_{m\acute{a}x\ g} = 0,81\ cm$$

# Resolução

---

## 7. determinação da flecha

*Contribuição das Cargas da sobrecarga*

$$u_{m\acute{a}x\ q} = \frac{q \cdot l^3}{48 \cdot E_{c,ef} \cdot I_x}$$

$$u_{m\acute{a}x\ q} = \frac{(130\ daN) \cdot 420^3}{48 \cdot 159131 \cdot 2048}$$

$$u_{m\acute{a}x\ q} = 0,61\ cm$$

# Fatores de redução

TABELA 3.7 Fatores de combinação  $\psi_0$  e de utilização  $\psi_1$  (frequente) e  $\psi_2$  (quase-permanente)

Descrição das ações		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Ações ambientais em estruturas correntes	– variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
	– pressão dinâmica do vento	0,5	0,2	0
Cargas acidentais em edifícios	– locais onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3	0,2
	– locais onde há predominância de pesos de equipamentos fixos ou de elevadas concentrações de pessoas	0,7	0,6	0,4
	– bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos	– pontes de pedestres	0,4	0,3	0,2*
	– pontes rodoviárias	0,6	0,4	0,2*
	– pontes ferroviárias (ferrovias não-especializadas)	0,8	0,6	0,4*

\*Admite-se  $\psi_2 = 0$  quando a ação variável de base da combinação for um sismo.

# Resolução

---

## 7. determinação da flecha

*Flecha total*

$$F_{d\ serv} = G_g daN/m + \psi_2 * Q_q daN$$

$$u_d = u_{m\acute{a}x\ g} + \psi_2 * u_{m\acute{a}x\ q}$$

$$\psi_2 = 0,2$$

$$u_d = 0,81 + 0,2 * 0,61$$

$$u_d = 0,93\ cm$$

# Resolução

---

## 7. determinação da flecha

*Verificação da Flecha total*

$$u_{lim} = \frac{L}{200}$$

$$u_{lim} = \frac{420}{200}$$

$$u_{lim} = 2,1 \text{ cm}$$

$$u_d = 0,93 \text{ cm} < u_{lim} = 2,1 \text{ cm}$$

→ a viga atendeu a flecha no estado limite de serviço

# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

- compressão ✓
- tração ✓
- cisalhamento ✓
- instabilidade lateral ✓

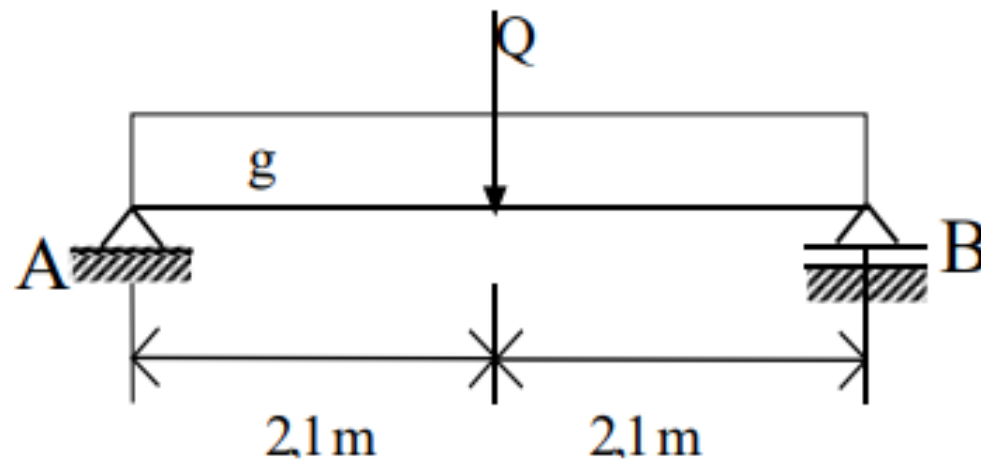
Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

- flechas ✓

# Exemplo 2

---

Verificar a segurança da viga de madeira serrada de 6 cm x 16 cm quanto aos estados limites últimos e de utilização para situação normal de projeto. A viga é em louro preto que será inserida em local com classe de umidade 2. Ela está submetida a uma ação permanente  $g$  75 daN/m de grande variabilidade, devida ao pelo peso próprio e o piso, e a ação variável  $Q = 150$  daN decorrente da sobrecarga acidental de edificações de uso residencial.

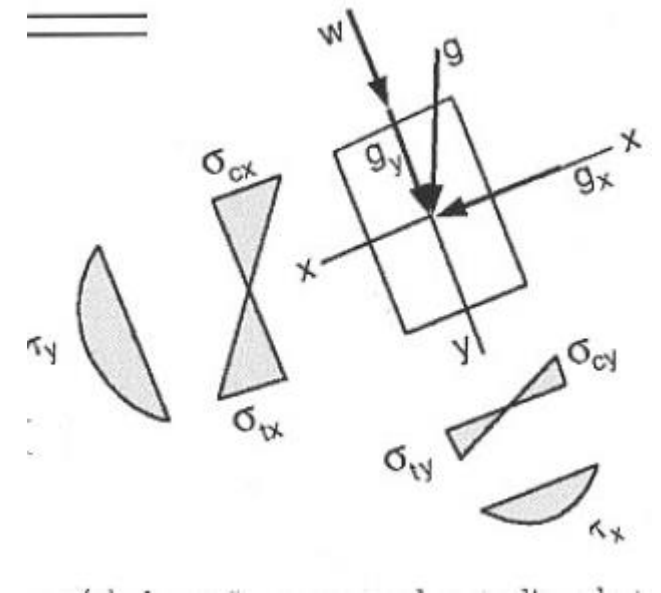
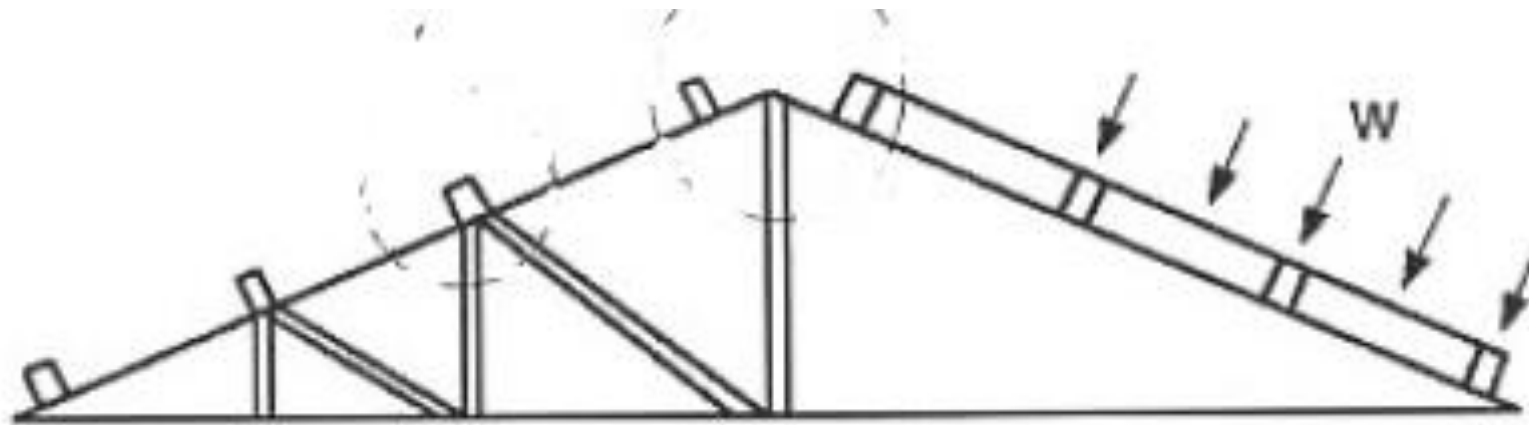


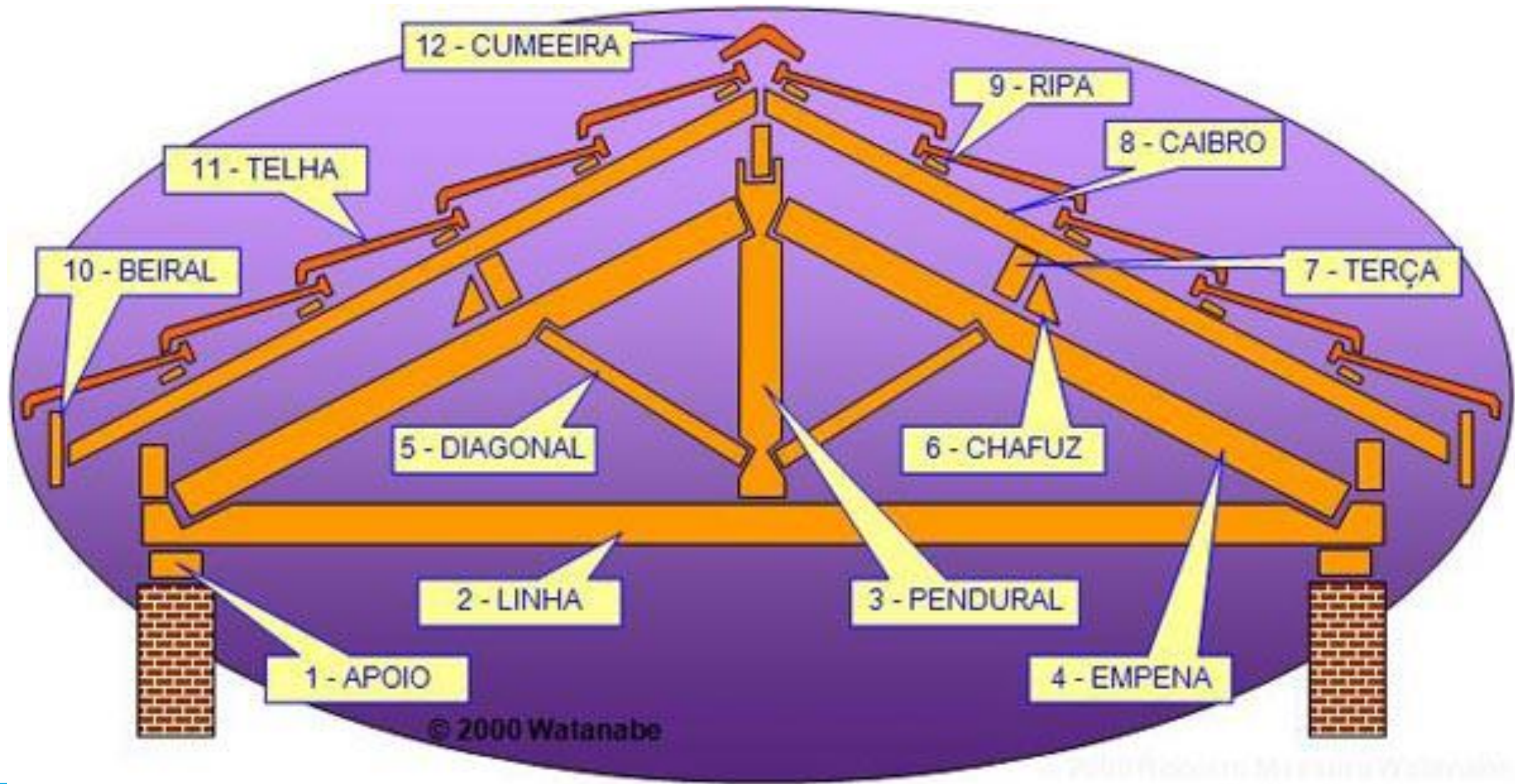
# Flexão oblíqua simples

Ocorre quando a solicitação em que as cargas que produzem momentos não ficam situadas num dos planos principais da seção

Ocorre em elementos inclinados

Terças de telhados





# Flexão oblíqua simples

Condição mais desfavorável

$$\frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + k_M * \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} \leq 1$$

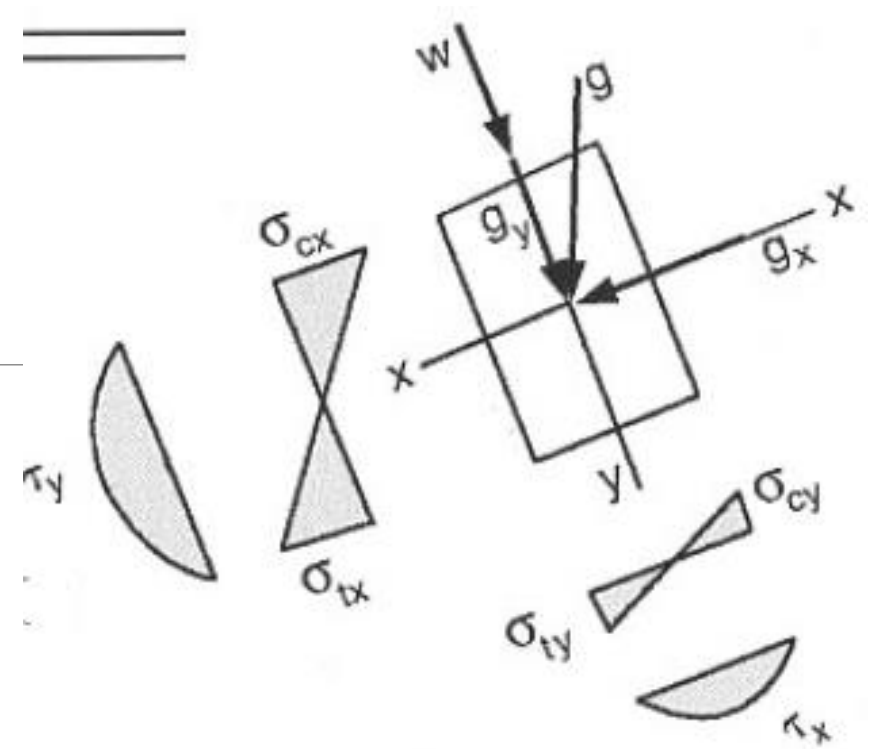
$$k_M * \frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} \leq 1$$

$f_{wd}$  é a resistência de cálculo correspondente à tração ou à compressão

$\sigma_{Mxd}$  e  $\sigma_{Myd}$  tensões devido o momento de projeto nas direções x e y, respectivamente

$k_M$  coeficiente de correção correspondente a forma geométrica da seção transversal e pode ser:

$$k_M = \begin{cases} 0,5 & \text{para seção retangular} \\ 1 & \text{para demais seções} \end{cases}$$



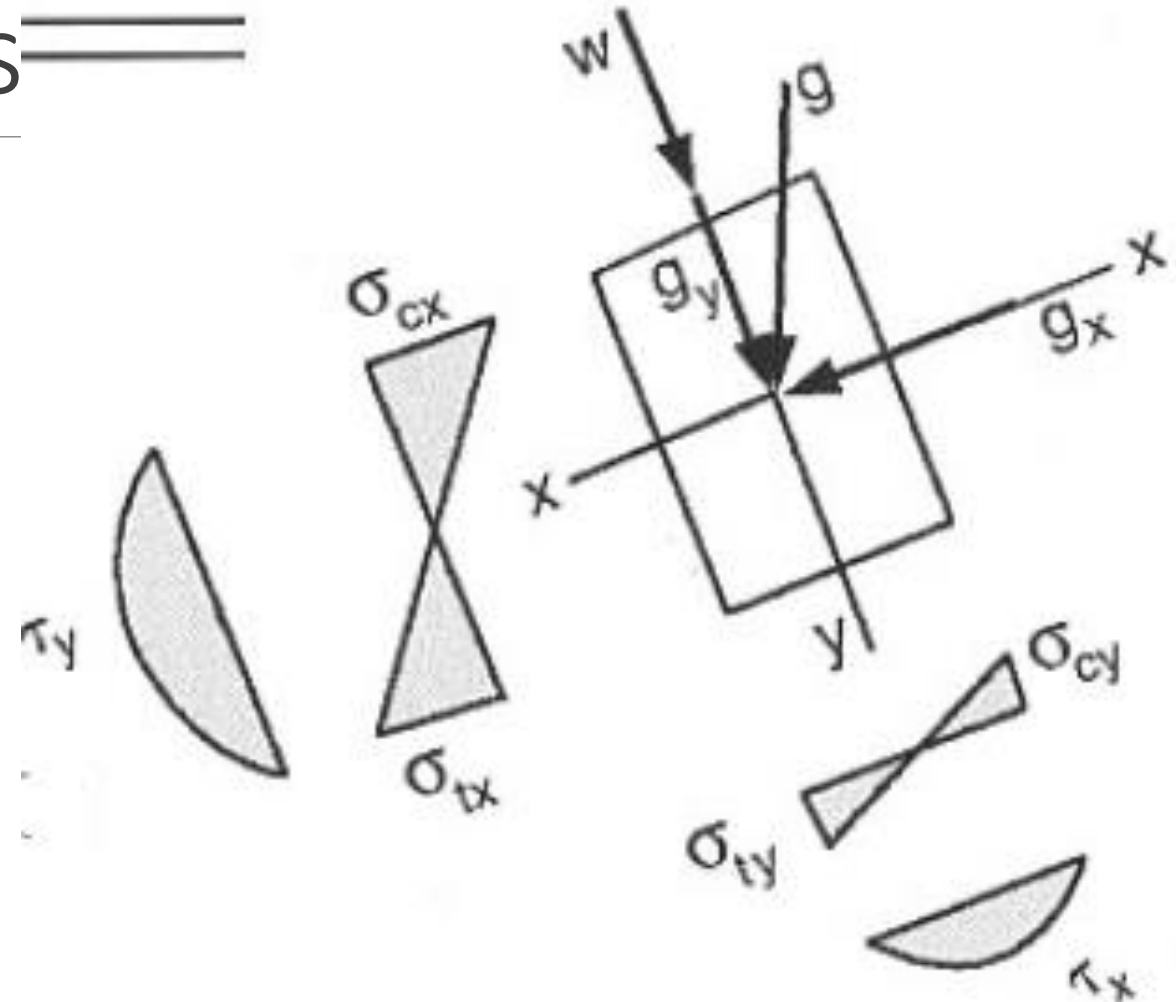
# Flexão oblíqua simples

Os componentes das tensões cisalhantes devem ser combinadas

$$\tau_d = \sqrt{\tau_{xd}^2 + \tau_{yd}^2} \leq f_{vd}$$

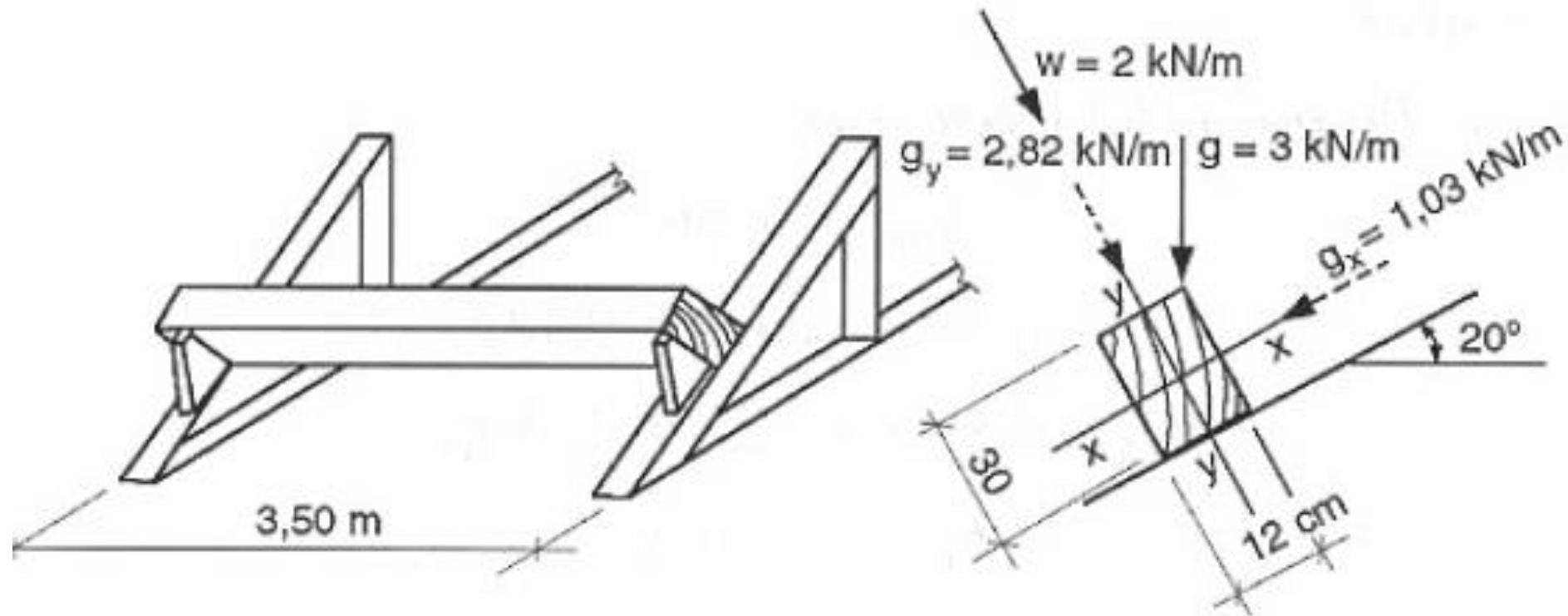
As componentes dos deslocamentos (verificação do estado limite de deformação excessiva) devem ser combinadas:

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \leq \delta_{lim}$$



# Exemplo 3

Verificar a resistência da terça de telhado em pinho do paraná em ambiente de classe 2 de umidade, sendo a combinação normal



# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ou tração (quem tiver a menor resistência da madeira  $f_{cd}$  ou  $f_{td}$ )

→ cisalhamento

→ instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas combinação normal

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,7$$

TABELA 3.9 Classes de carregamento	
Classe	Período acumulado de tempo de atuação da carga variável de base de uma combinação de ações
Permanente	Vida útil da construção
Longa duração	Mais de 6 meses
Média duração	1 semana a 6 meses
Curta duração	Menos de 1 semana
Duração instantânea	Muito curta

TABELA 3.10 Valores do coeficiente $k_{mod1}$			
Tipo de produto de madeira			
Classe de carregamento da combinação de ações	Madeira serrada		Madeira recomposta
	Madeira laminada colada	Madeira compensada	
Permanente	0,60		0,30
Longa duração	0,70		0,45
Média duração	0,80		0,65
Curta duração	0,90		0,90
Instantânea	1,10		1,10

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas combinação normal

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,7$$

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas combinação normal

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,7$$

- madeira serrada e classe de umidade 2

**TABELA 3.11** Classes de umidade

Classe de umidade	Umidade relativa do ambiente $U_{amb}$	Grau de umidade da madeira (equilíbrio com o ambiente)
1 (padrão)	$\leq 65\%$	12%
2	$65\% < U_{amb} \leq 75\%$	15%
3	$75\% < U_{amb} \leq 85\%$	18%
4	$85\% < U_{amb}$ , durante longos períodos	$\geq 25\%$

**TABELA 3.12** Valores do coeficiente  $k_{mod2}$

Classe de umidade	Tipo de produto de madeira	
	Madeira serrada Madeira laminada e colada Madeira compensada	Madeira recomposta
1 e 2	1,0	1,0
3 e 4	0,8	0,9

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas combinação normal

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,7$$

- madeira serrada e classe de umidade 2

$$\rightarrow K_{mod\ 2} = 1$$

- madeira serrada e conífera

**TABELA 3.13** Valores do coeficiente  $k_{\text{mod}_3}$ 

Produto de madeira	Tipo de madeira	Categoria	$k_{\text{mod}_3}$
Serrada	Dicotiledôneas	1. <sup>a</sup> Categoria	1,0
		2. <sup>a</sup> Categoria	0,8
	Coníferas	1. <sup>a</sup> ou 2. <sup>a</sup>	0,8
Laminada e colada*	Qualquer	1. <sup>a</sup> ou 2. <sup>a</sup> – peça curva	$1,0 - 2000 \left( \frac{r}{t} \right)^2$
		peça reta	1,0

\*Laminada com espessura  $t$  e colada com raio de curvatura  $r$  (mínimo).

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

- madeira serrada e cargas combinação normal

$$\rightarrow K_{mod\ 1} = 0,7$$

- madeira serrada e classe de umidade 2

$$\rightarrow K_{mod\ 2} = 1$$

- madeira serrada e conífera

$$\rightarrow K_{mod\ 3} = 0,8$$

$$K_{mod} = K_{mod\ 1} * K_{mod\ 2} * K_{mod\ 3}$$

$$K_{mod} = 0,7 * 1 * 0,8$$

$$K_{mod} = 0,56$$

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{cm}}{\gamma_w}$$

Nome comum (coníferas)	Nome científico	$\rho_{ap}$ (12%) <sup>1)</sup> kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}$ <sup>2)</sup> MPa	$f_{t0}$ <sup>3)</sup> MPa	$f_{t90}$ <sup>4)</sup> MPa	$f_v$ <sup>5)</sup> MPa	$E_{c0}$ <sup>6)</sup> MPa	$n$ <sup>7)</sup>
Pinho do Paraná	<i>Araucaria angustifolia</i>	580	40,9	93,1	1,6	8,8	15 225	15
<i>Pinus caribea</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>caribea</i>	579	35,4	64,8	3,2	7,8	8 431	28
<i>Pinus bahamensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>bahamensis</i>	537	32,6	52,7	2,4	6,8	7 110	32
<i>Pinus hondurensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>hondurensis</i>	535	42,3	50,3	2,6	7,8	9 868	99
<i>Pinus elliottii</i>	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i>	560	40,4	66,0	2,5	7,4	11 889	21
<i>Pinus oocarpa</i>	<i>Pinus oocarpa</i> shiede	538	43,6	60,9	2,5	8,0	10 904	71
<i>Pinus taeda</i>	<i>Pinus taeda</i> L.	645	44,4	82,8	2,8	7,7	13 304	15

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{cm}}{\gamma_w}$$

$$f_{cd} = 0,56 * \frac{0,7 * 40,9}{1,4}$$

$$f_{cd} = 11,45 \text{ MPa ou } 1,145 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{tm}}{\gamma_w}$$

Nome comum (coníferas)	Nome científico	$\rho_{ap}$ (12%) <sup>1)</sup> kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}$ <sup>2)</sup> MPa	$f_{t0}$ <sup>3)</sup> MPa	$f_{t90}$ <sup>4)</sup> MPa	$f_v$ <sup>5)</sup> MPa	$E_{c0}$ <sup>6)</sup> MPa	$n$ <sup>7)</sup>
Pinho do Paraná	<i>Araucaria angustifolia</i>	580	40,9	93,1	1,6	8,8	15 225	15
<i>Pinus caribea</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>caribea</i>	579	35,4	64,8	3,2	7,8	8 431	28
<i>Pinus bahamensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>bahamensis</i>	537	32,6	52,7	2,4	6,8	7 110	32
<i>Pinus hondurensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>hondurensis</i>	535	42,3	50,3	2,6	7,8	9 868	99
<i>Pinus elliottii</i>	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i>	560	40,4	66,0	2,5	7,4	11 889	21
<i>Pinus oocarpa</i>	<i>Pinus oocarpa</i> shiede	538	43,6	60,9	2,5	8,0	10 904	71
<i>Pinus taeda</i>	<i>Pinus taeda</i> L.	645	44,4	82,8	2,8	7,7	13 304	15

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = k_{mod} * \frac{0,7 * f_{tm}}{\gamma_w}$$

$$f_{td} = 0,56 * \frac{0,7 * 93,1}{1,8}$$

$$f_{td} = 20,27 \text{ MPa ou } 2,027 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

# Resolução

## 2. combinações normais do ELU

Em x:

$$q_{xd} = \gamma_g * g_x$$

$$q_{xd} = 1,4 * 1,03$$

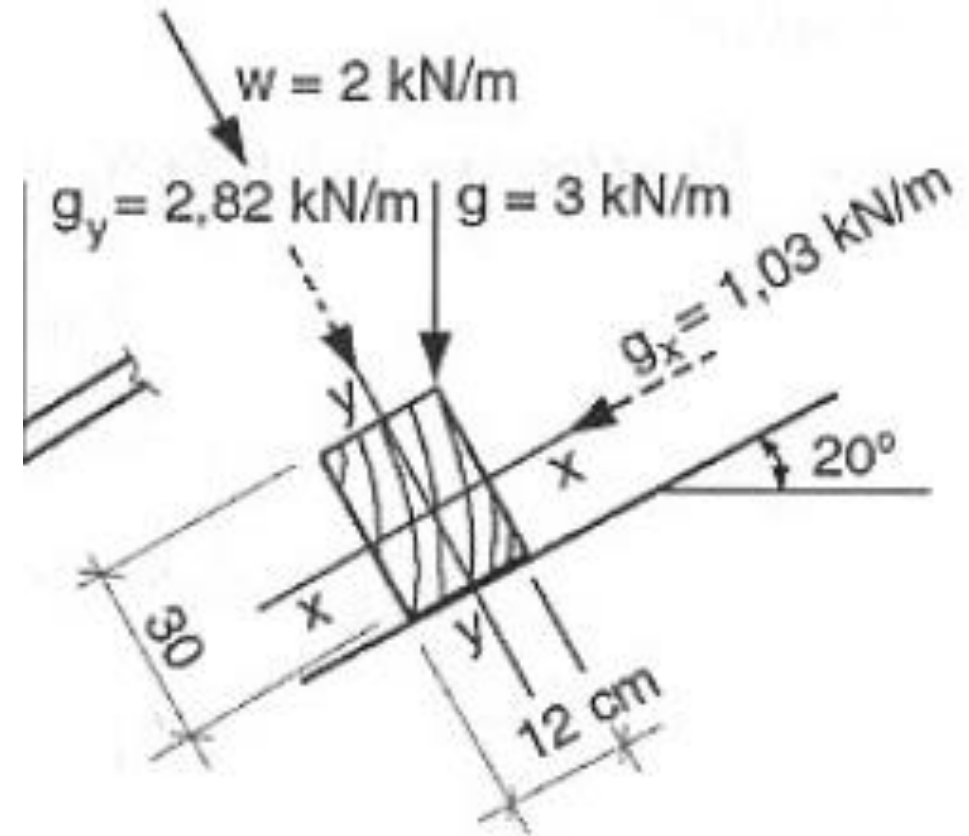
$$q_{xd} = 1,44 \text{ kN/m}$$

Em y:

$$q_{yd} = \gamma_g * g_y + 0,75 * \gamma_v * w$$

$$q_{yd} = 1,4 * 2,82 + 0,75 * 1,4 * 2$$

$$q_{yd} = 6,05 \text{ kN/m}$$



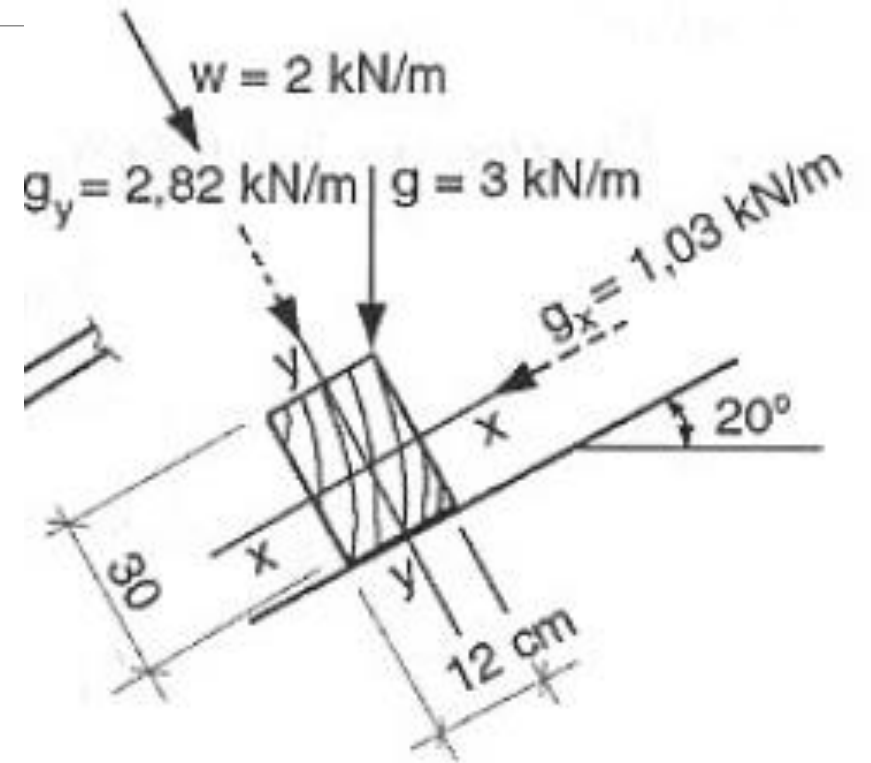
# Resolução

## 4. propriedades geométricas da peça

$$A = b * h$$

$$A = 30 * 12$$

$$A = 360 \text{ cm}^2$$



# Resolução

## 4. propriedades geométricas da peça

Em x:

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

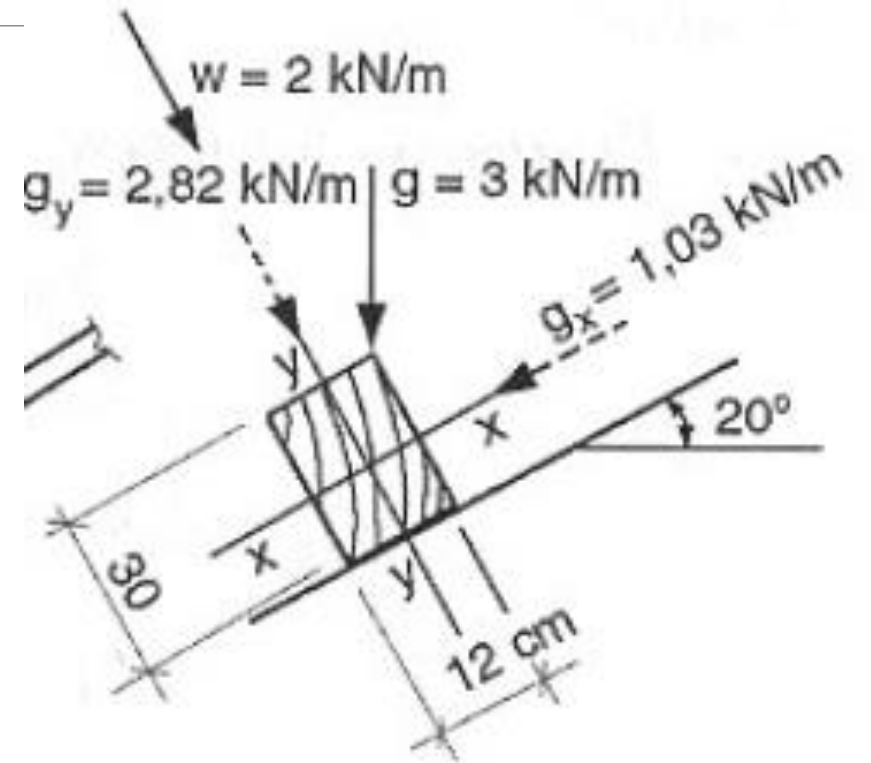
$$I_x = \frac{12 \cdot 30^3}{12}$$

$$I_x = 27000 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{I_x}{y}$$

$$W_x = \frac{27000}{\left(\frac{30}{2}\right)}$$

$$W_x = 1800 \text{ cm}^3$$



# Resolução

## 4. propriedades geométricas da peça

Em  $y$ :

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

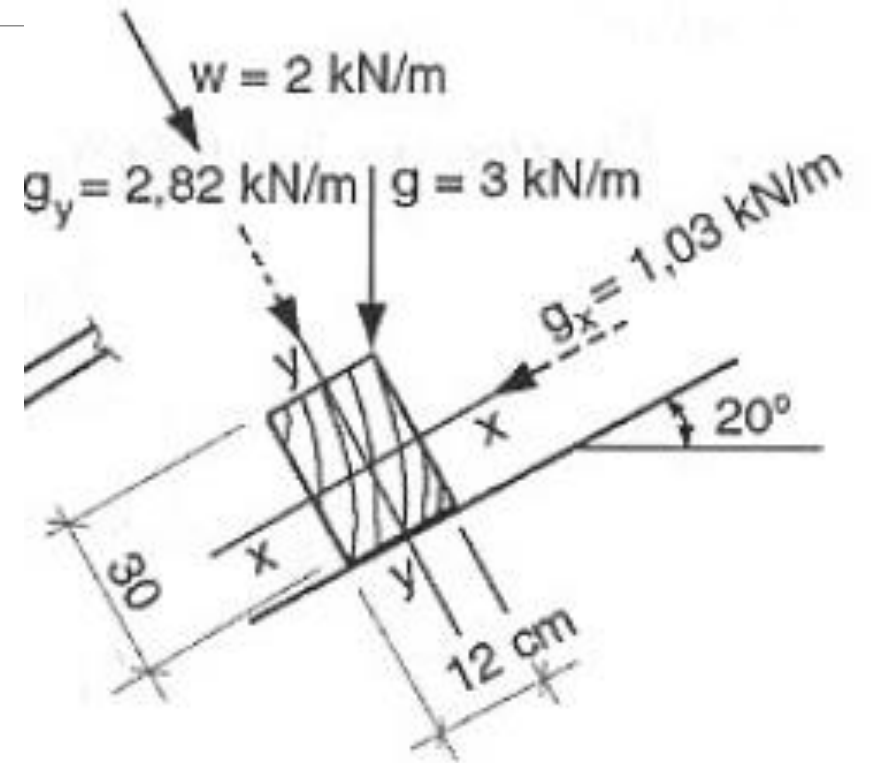
$$I_y = \frac{30 \cdot 12^3}{12}$$

$$I_y = 4320 \text{ cm}^4$$

$$W_y = \frac{I_y}{x}$$

$$W_y = \frac{4320}{\left(\frac{12}{2}\right)}$$

$$W_y = 720 \text{ cm}^3$$



# Resolução

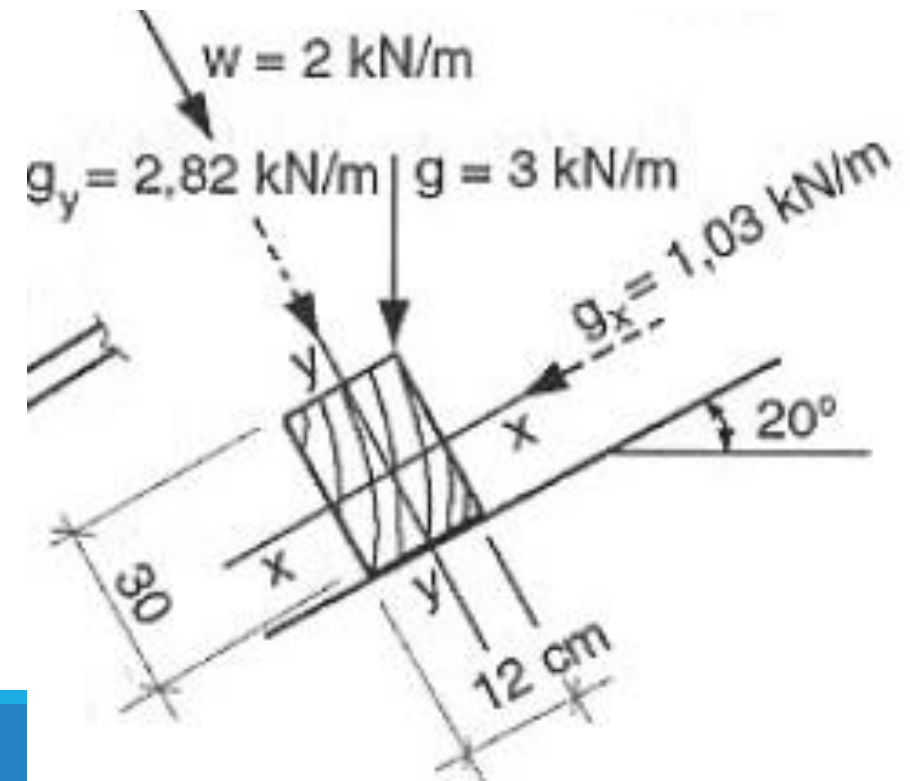
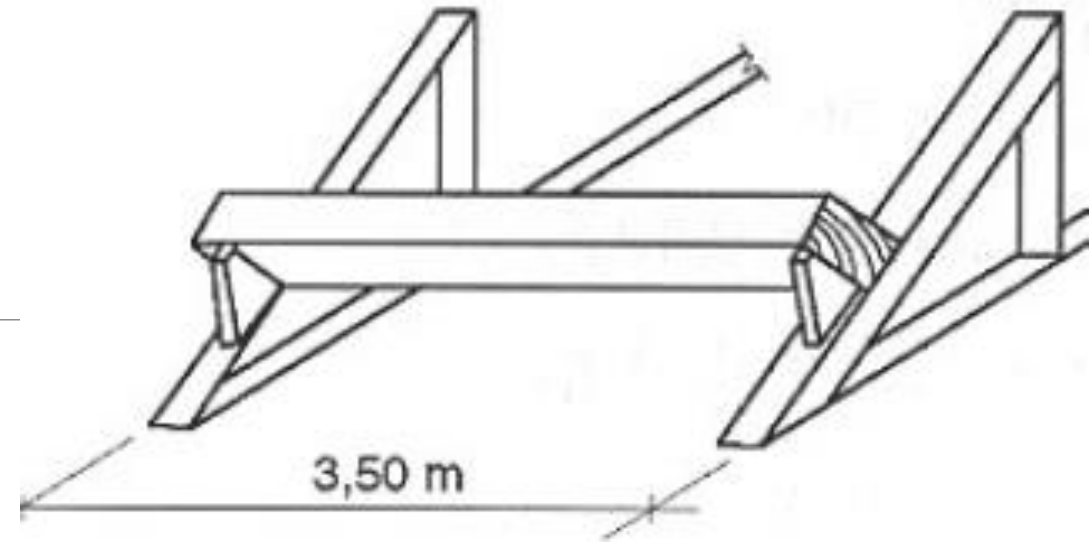
## 5. solicitações máximas atuantes na terça

Em x:

$$M_{xd} = q_{yd} * \frac{l^2}{8}$$

$$M_{xd} = 6,05 * \frac{3,5^2}{8}$$

$$M_{xd} = 9,26 \text{ kN.m}$$



# Resolução

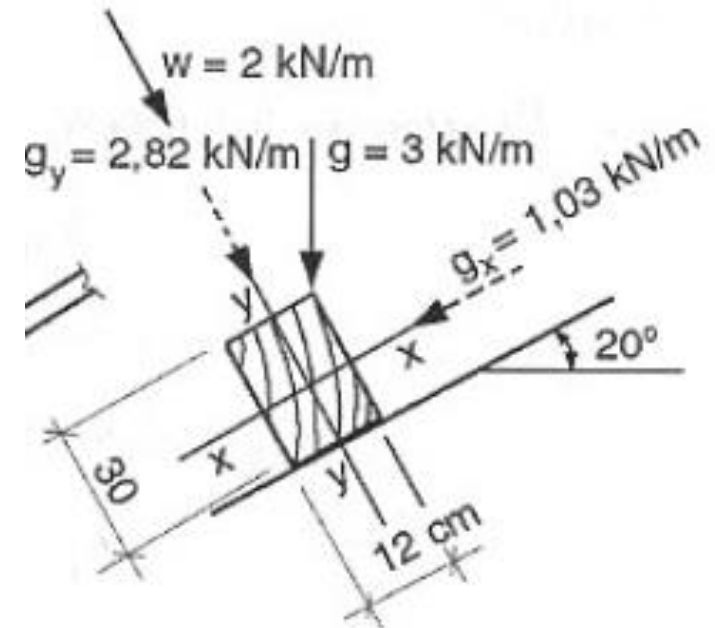
## 5. solicitações máximas atuantes na terça

Em y:

$$M_{yd} = q_{xd} * \frac{l^2}{8}$$

$$M_{yd} = 1,44 * \frac{3,5^2}{8}$$

$$M_{yd} = 2,2 \text{ kN.m}$$



# Resolução

---

## 6. verificação das tensões

*Em x*

$$\sigma_{Mxd} = \frac{M_{xd}}{W_x}$$

$$\sigma_{Mxd} = \frac{926}{1800}$$

$$\sigma_{Mxd} = 0,51 \text{ kN/cm}^2$$

# Resolução

---

## 6. verificação das tensões

*Em y*

$$\sigma_{Myd} = \frac{M_{yd}}{W_y}$$

$$\sigma_{Myd} = \frac{220}{720}$$

$$\sigma_{Myd} = 0,31 \text{ kN/cm}^2$$

# Resolução

---

## -Flexão oblíqua

$$\frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + k_M * \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} \leq 1$$

$$k_M = \begin{cases} 0,5 & \text{para seção retangular} \\ 1 & \text{para demais seções} \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + k_M * \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} = \frac{0,51}{1,145} + 0,5 * \frac{0,31}{1,145}$$

$$\frac{0,51}{1,145} + 0,5 * \frac{0,31}{1,145} = 0,58$$

$$0,58 < 1$$

→ok!!!

# Resolução

---

-Flexão oblíqua

$$k_M * \frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} \leq 1$$

$$k_M = \begin{cases} 0,5 & \text{para seção retangular} \\ 1 & \text{para demais seções} \end{cases}$$

$$k_M * \frac{\sigma_{Mxd}}{f_{wd}} + \frac{\sigma_{Myd}}{f_{wd}} = 0,5 * \frac{0,51}{1,145} + \frac{0,31}{1,145}$$

$$0,5 * \frac{0,51}{1,145} + \frac{0,31}{1,145} = 0,49$$

$$0,49 < 1$$

→ok!!!

# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ou tração (quem tiver o menor resistência da madeira  $f_{cd}$  ou  $f_{td}$ ) ✓

→ cisalhamento

→ instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{0,54 * f_{vm}}{\gamma_w}$$

**TABELA 3.8** Relação  $f_k/f_m$  entre as resistências característica e média e o valor do coeficiente  $\gamma_w$

Esforço	$f_k/f_m$	$\gamma_w$
Compressão paralela às fibras	0,70	1,4
Tração paralela às fibras	0,70	1,8
Cisalhamento paralelo às fibras	0,54	1,8

Nome comum (coníferas)	Nome científico	$\rho_{ap}$ (12%) <sup>1)</sup> kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}$ <sup>2)</sup> MPa	$f_{t0}$ <sup>3)</sup> MPa	$f_{t90}$ <sup>4)</sup> MPa	$f_v$ <sup>5)</sup> MPa	$E_{c0}$ <sup>6)</sup> MPa	$n$ <sup>7)</sup>
Pinho do Paraná	<i>Araucaria angustifolia</i>	580	40,9	93,1	1,6	8,8	15 225	15
<i>Pinus caribea</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>caribea</i>	579	35,4	64,8	3,2	7,8	8 431	28
<i>Pinus bahamensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>bahamensis</i>	537	32,6	52,7	2,4	6,8	7 110	32
<i>Pinus hondurensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>hondurensis</i>	535	42,3	50,3	2,6	7,8	9 868	99
<i>Pinus elliottii</i>	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i>	560	40,4	66,0	2,5	7,4	11 889	21
<i>Pinus oocarpa</i>	<i>Pinus oocarpa</i> shiede	538	43,6	60,9	2,5	8,0	10 904	71
<i>Pinus taeda</i>	<i>Pinus taeda</i> L.	645	44,4	82,8	2,8	7,7	13 304	15

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = k_{mod} * \frac{0,54 * f_{vm}}{\gamma_w}$$

$$f_{vd} = 0,56 * \frac{0,54 * 8,8}{1,8}$$

$$f_{vd} = 1,47 \text{ MPa ou } 0,147 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

**TABELA 3.8** Relação  $f_k/f_m$  entre as resistências característica e média e o valor do coeficiente  $\gamma_w$

Esforço	$f_k/f_m$	$\gamma_w$
Compressão paralela às fibras	0,70	1,4
Tração paralela às fibras	0,70	1,8
Cisalhamento paralelo às fibras	0,54	1,8

# Resolução

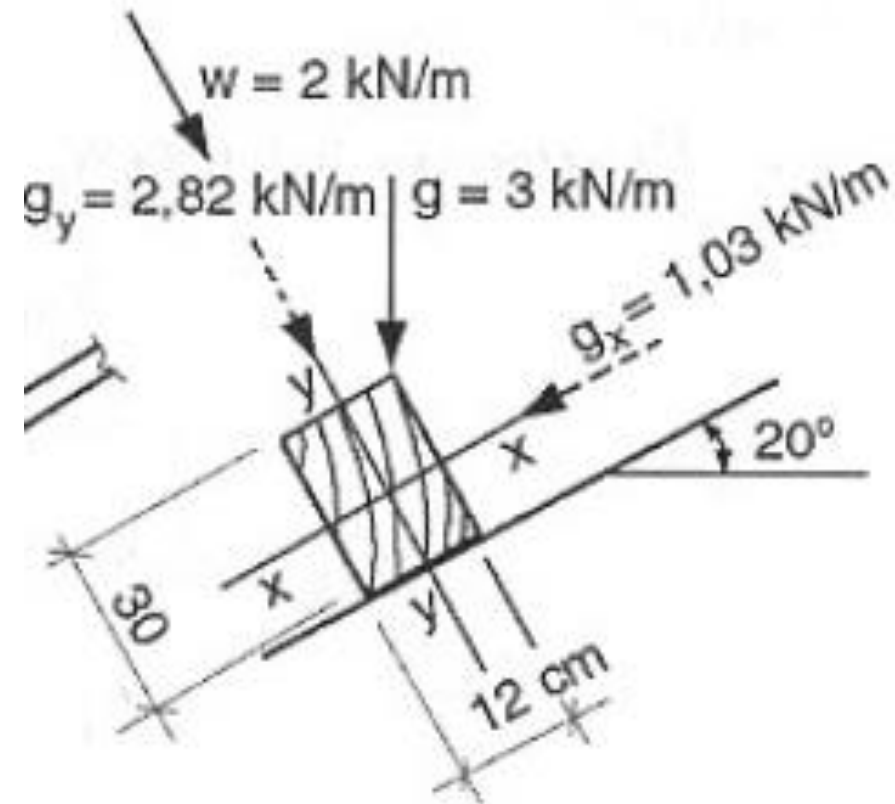
## 2. solicitações máximas atuantes na terça

Em x:

$$V_{xd} = q_{xd} * \frac{l}{2}$$

$$V_{xd} = 1,44 * \frac{3,5}{2}$$

$$V_{xd} = 2,52 \text{ kN}$$



# Resolução

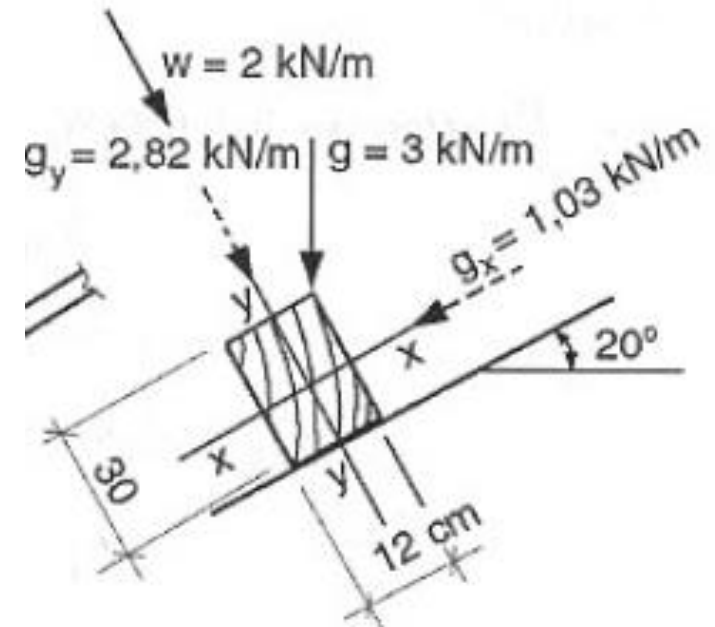
## 2. solicitações máximas atuantes na terça

Em y:

$$V_{yd} = q_{yd} * \frac{l}{2}$$

$$V_{yd} = 6,05 * \frac{3,5}{2}$$

$$V_{yd} = 10,58 \text{ kN}$$



# Resolução

---

## 2-cisalhamento

$$V_d = \sqrt{V_{xd}^2 + V_{yd}^2}$$

$$V_d = \sqrt{2,52^2 + 10,58^2}$$

$$V_d = 10,82 \text{ kN}$$

# Resolução

---

## 2-cisalhamento

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b \cdot h} \leq f_{vd}$$

$$\tau_d = \frac{3 \cdot 10,82}{2 \cdot 12 \cdot 30}$$

$$\tau_d = 0,045 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{vd} = 0,147 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_d = 0,045 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < f_{vd} = 0,147 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

→OK

# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ou tração (quem tiver o menor resistência da madeira  $f_{cd}$  ou  $f_{td}$ ) ✓

→ cisalhamento ✓

→ instabilidade lateral

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$E_{cm} = 15225 \text{ MPa}$$

$$E_{cef} = k_{mod} * E_{cm}$$

Nome comum (coníferas)	Nome científico	$\rho_{ap}$ (12%) <sup>1)</sup> kg/m <sup>3</sup>	$f_{c0}$ <sup>2)</sup> MPa	$f_{t0}$ <sup>3)</sup> MPa	$f_{t90}$ <sup>4)</sup> MPa	$f_v$ <sup>5)</sup> MPa	$E_{c0}$ <sup>6)</sup> MPa	$n$ <sup>7)</sup>
Pinho do Paraná	<i>Araucaria angustifolia</i>	580	40,9	93,1	1,6	8,8	15 225	15
<i>Pinus caribea</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>caribea</i>	579	35,4	64,8	3,2	7,8	8 431	28
<i>Pinus bahamensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>bahamensis</i>	537	32,6	52,7	2,4	6,8	7 110	32
<i>Pinus hondurensis</i>	<i>Pinus caribea</i> var. <i>hondurensis</i>	535	42,3	50,3	2,6	7,8	9 868	99
<i>Pinus elliottii</i>	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i>	560	40,4	66,0	2,5	7,4	11 889	21
<i>Pinus oocarpa</i>	<i>Pinus oocarpa</i> shiede	538	43,6	60,9	2,5	8,0	10 904	71
<i>Pinus taeda</i>	<i>Pinus taeda</i> L.	645	44,4	82,8	2,8	7,7	13 304	15

# Resolução

---

## 1. determinação das propriedades mecânicas da madeira

$$E_{cm} = 15225 \text{ MPa}$$

$$E_{c\ ef} = k_{mod} * E_{cm}$$

$$E_{c\ ef} = 0,56 * 15225$$

$$E_{c\ ef} = 8526 \text{ MPa ou } 852,6 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

# Resolução

## 2. Verificação da instabilidade lateral

$$\lambda_b = \frac{L_b}{b} \leq \lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

$$\lambda_b = \frac{350 \text{ cm}}{12 \text{ cm}}$$

$$\lambda_b = 29,17$$

$$\frac{h}{b} = \frac{30}{12}$$

$$\frac{h}{b} = 2,5$$

Coeficiente de correlação  $\beta_M$

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Resolução

## 2. Verificação da instabilidade lateral

$$\beta_M = \frac{\beta_E * \left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{0,26 * \pi * \gamma_{CW} * \left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}}$$

$$\beta_M = \frac{4 * (2,5)^{3/2}}{0,26 * \pi * 1,4 * (2,5 - 0,63)^{1/2}}$$

$$\beta_M = 10,12$$

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Resolução

## 2. Verificação da instabilidade lateral

$$\lambda_0 = \frac{E_{c,ef}}{\beta_M * f_{cd}}$$

$$E_{c,ef} = 8526 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 11,45 \text{ MPa}$$

$$\lambda_0 = \frac{8526 \text{ MPa}}{10,12 * 11,45 \text{ MPa}}$$

$$\lambda_0 = 73,58$$

$$\lambda_b = 29,7 \leq \lambda_0 = 73,58$$

→ ok

Coefficiente de correlação  $\beta_M$

$h/b$	$\beta_M$
1	6,0
2	8,8
3	12,3
4	15,9
5	19,5
6	23,1
7	26,7
8	30,3
9	34,0
10	37,6
11	41,2
12	44,8
13	48,5
14	52,1
15	55,8
16	59,4
17	63,0
18	66,7
19	70,3
20	74,0

# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

- compressão ou tração (quem tiver o menor resistência da madeira  $f_{cd}$  ou  $f_{td}$ ) ✓
- cisalhamento ✓
- instabilidade lateral ✓

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

- flechas

# Resolução

## 3. combinações de ações no ELS-deformação excessiva

Em x:

Em x:

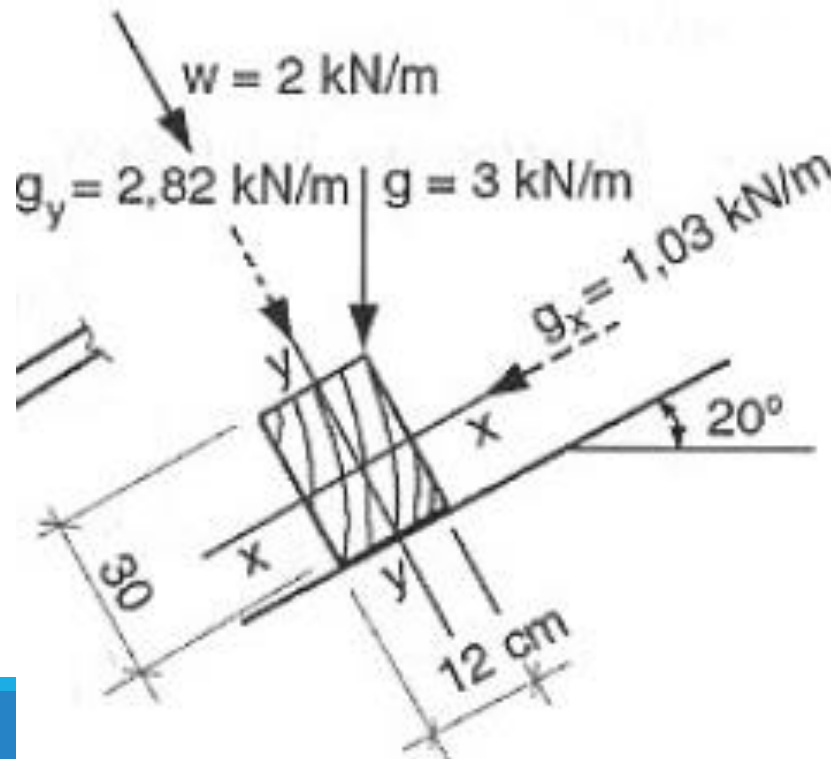
$$q_{x\text{ serv}} = g_x$$

$$q_{x\text{ serv}} = 1,03 \text{ kN/m}$$

Em y:

$$q_{y\text{ serv}} = g_y$$

$$q_{y\text{ serv}} = 2,82 \text{ kN/m}$$



# Resolução

---

## 5. solicitações máximas atuantes na terça

Em  $x$ :

$$\delta_x = \frac{5 \cdot l^4 \cdot q_x}{384 \cdot E_{c,ef} \cdot I_y}$$

$$\delta_x = \frac{5 \cdot 350^4 \cdot \left(\frac{1,03}{100}\right)}{384 \cdot 852,6 \cdot 4320}$$

$$\delta_x = 0,546 \text{ cm}$$

# Resolução

---

## 2. solicitações máximas atuantes na terça

*Em y:*

$$\delta_y = \frac{5 \cdot l^4 \cdot q_y}{384 \cdot E_{c,ef} \cdot I_x}$$

$$\delta_y = \frac{5 \cdot 350^4 \cdot \left(\frac{2,82}{100}\right)}{384 \cdot 852,6 \cdot 27000}$$

$$\delta_y = 0,239 \text{ cm}$$

# Resolução

---

## 3. Verificação do Deslocamento máximo

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \leq \delta_{lim}$$

$$\delta = \sqrt{0,546^2 + 0,239^2}$$

$$\delta = 0,59 \text{ cm}$$

$$\delta_{lim} = \frac{l}{200}$$

$$\delta_{lim} = \frac{350}{200}$$

$$\delta_{lim} = 1,75 \text{ cm}$$

$$\delta_{lim} = 1,75 \text{ cm} > \delta = 0,59 \text{ cm}$$

→ok!!

# Resolução

---

Verificar a segurança no Estado limite último:

→ compressão ou tração (quem tiver o menor resistência da madeira  $f_{cd}$  ou  $f_{td}$ ) ✓

→ cisalhamento ✓

→ instabilidade lateral ✓

Verificar a segurança no Estado limite de utilização (também chamado de serviço):

→ flechas ✓